

Transmissionskoeffizient

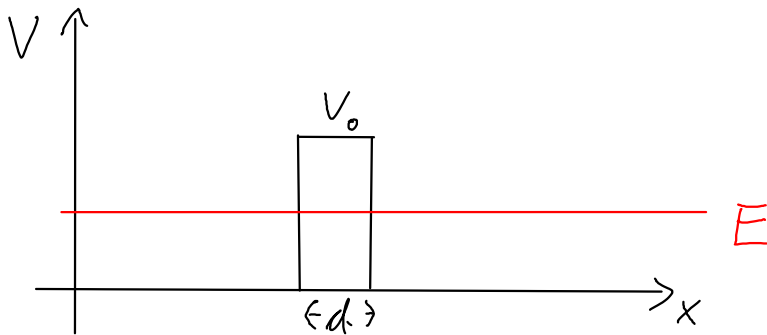
$$T \in [0, 1]$$

$$T := \frac{j_N}{j_{1,R}} = \frac{k_N}{k_1} \cdot \frac{|A_N|^2}{|A_1|^2}$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \underbrace{M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_{N-1}}_M \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ B_N = 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} A_N \\ 0 \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

Völlig analog zur Transformationsmethode der Optik



$$\Rightarrow T(E) = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} - \sinh^2(2\kappa d)}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)}$$

Diskussion:

$$1) \quad V_0 - E > 0$$

$$\sinh^2 = \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2$$

Grenzfall für  $2\kappa d \gg 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \dots}$$

$$\Rightarrow T(E) = \frac{16 E (V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2\kappa d}$$

Tunnelwahrscheinlichkeit nimmt exponentiell mit der Dicke ab.

wegen  $\kappa = \sqrt{V_0 - E}$

$$T \sim e^{-\sqrt{V_0}}$$

2)  $V_0 - E < 0$

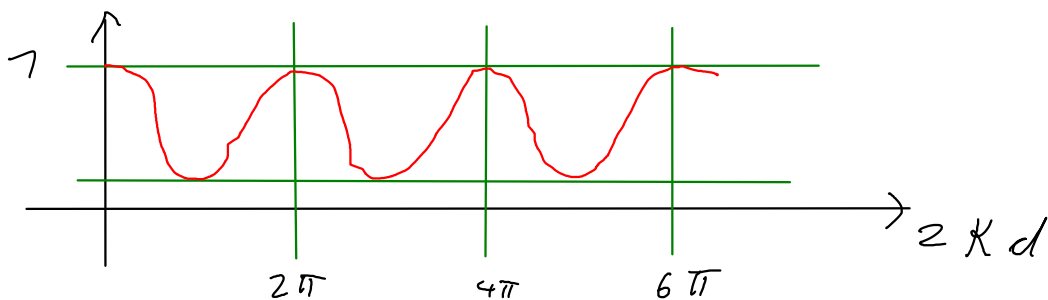
$\Rightarrow \kappa$  rein imaginär,  $\kappa = i k$

$$\sin(ix) = i \cosh(x) \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$T(E) = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{V_0^2}{4E(E-V_0)}}_{>0}} \cdot \sin^2(2\kappa d)$$

mit  $\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$  ( $E \in \mathbb{R}$ )

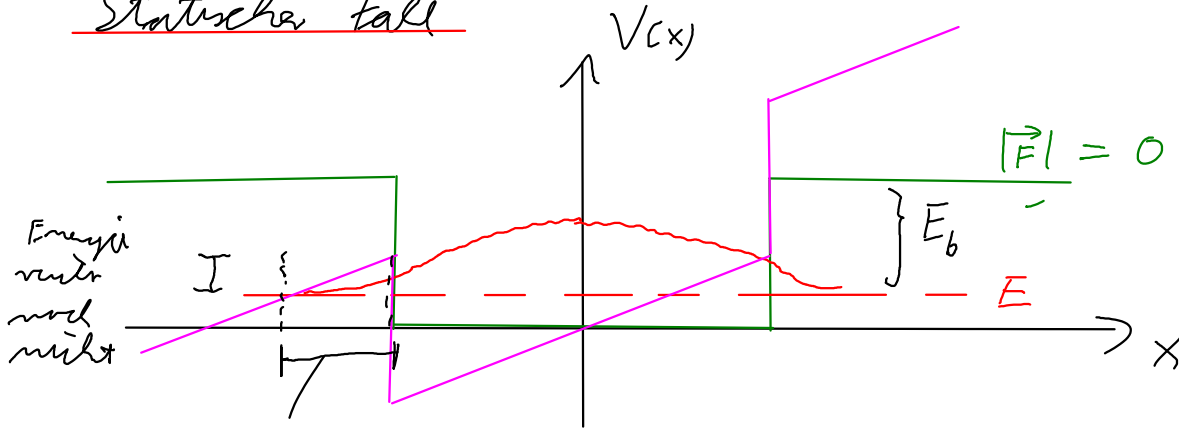
graphisch



Analogie zur Optik: Fabry - Perot - Interferometer

## 2.2.70 Feldionisation

### Statische Fall



endliche Barrierendicke  $d$

$$d = \frac{E_b}{e|\vec{E}|} \quad \frac{\text{Bindungsenergie}}{\text{Ladung} \cdot \text{Feld}}$$

„Dreieckige Barriere“ zu Komplex

$\Rightarrow$  Approximieren durch kastenförmige Barriere mit effektiver Höhe und gleicher Dicke.

$\Rightarrow$  Transmissionskoeff.  $T \sim e^{-\text{const} \cdot d}$

$$T \sim \exp\left(-\frac{\text{const}}{|\vec{E}|}\right)$$



Kap 7.7.2

### Dynamische Fall

$$|\vec{E}| \rightarrow |\vec{E}_0| \cos(\omega_0 t)$$

Wann kann man ein dynamisches Feld statisch nähern?

Kriterium:  
"Verweilzeit" in Barriere  $t_{\text{kin}} \ll \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$

oder mit dem Keldysh-Parameter  $\gamma$

$$\gamma = t_{\text{kin}} \omega_0$$

$$\Rightarrow \gamma \ll 1$$

semiklassische Betrachtung:

$$\gamma = t_{\text{kin}} \cdot \omega_0 = \frac{d}{|\langle v \rangle|} \omega_0$$

$$= \frac{d m}{\hbar |\langle k \rangle|} \omega_0 = \frac{E_b m}{q |\vec{E}| \hbar \sqrt{\frac{E_b m}{2 \hbar^2}}} \omega_0$$

$$= \sqrt{\frac{E_b}{2 \langle E_{\text{kin}} \rangle}} = \gamma$$

Pondromotorische Energie  
(Kap 2.2.3.2)

Bsp (H-Atom)

$$E_b = 73,6 \text{ eV} \quad ; \quad \hbar \omega_0 = 7,5 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow \gamma = 1 \quad (\ll 1 \text{ ?! egal})$$

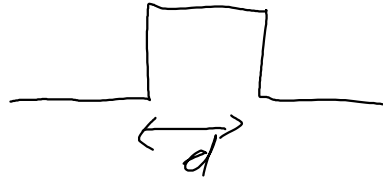
$$\Leftrightarrow t_{\text{kin}} = 0,44 \text{ fs}$$

$$\Leftrightarrow |\vec{E}| = 2,8 \cdot 10^{10} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\Leftrightarrow I = 70^{24} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

$\hat{=}$  Hochfeld Anregung (Kap 4.2.2)

Vom Anfang



$$T(E) = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_1 - E)} \sinh^2(Kd)}$$

Matrizelemente

$$\left(\frac{M_m}{\hbar}\right)_{11} = \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{n+1}}{2k_m}\right) e^{+i(k_{n+1} - k_m)x_m}$$

$$\left(\frac{M_m}{\hbar}\right)_{12} = \quad - \quad \quad - \quad \quad +$$

$$\left(\frac{M_m}{\hbar}\right)_{21} = \quad - \quad \quad + \quad \quad +$$

$$\left(\frac{M_m}{\hbar}\right)_{22} = \quad + \quad \quad - \quad \quad -$$