Abbruchordnung der Harmonischen:

QM:

Numerische Rechnung wie auch Experiment zeigen, dass harmonische bis zur N_{max}-ten Ordnung erzeugt werden ("cut off")

$$N_{max} = \frac{E_b + 3{,}17 \langle E_{kin} \rangle}{\hbar \omega_0}$$

E_b Ionisationspotential, $\langle E_{kin} \rangle$ ponderomot. Energie

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{4} \frac{e^2 \tilde{E}^2}{m \omega_0^2}$$

$$\sim \frac{1}{\omega_0^2} \quad , \quad \sim \text{Intensität}$$

anschauliche semiklass. Betrachtung:

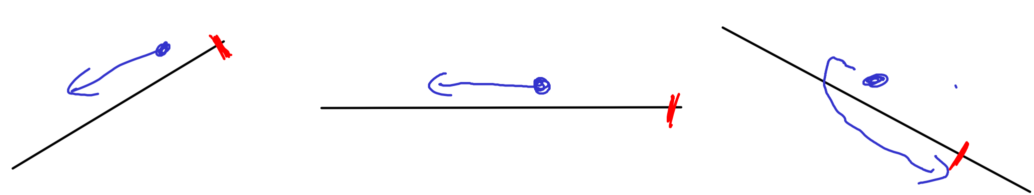
Betrachte linear polarisiertes Licht

3-Schritt-Szenario:

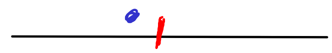
1) Feldionisation zum Zeitpunkt t_0 falls Keldysch-Parameter $\gamma \ll 1$ (siehe Kap 2.2.10.1) wie Tunneln im stat. Feld.

Start mit 0 kin. Energie

2) Näherungsweise ein freies Elektron (siehe Kap 2.2.3) wird im äußeren Feld beschleunigt und kommt (ggf.) zum Zeitpunkt t zum Kern zurück, also $x(t) = 0$



3) Rekombination unter Aussendung von Licht



zu 2.) Welche max. kinetische Energie kann das e^- bei $x(t)=0$ haben?

$$m\ddot{x} = -e\tilde{E}_0 \cos(\omega t)$$

mit $\dot{x}(t_0)=0$; $x(t_0)=0$

$$\Rightarrow \quad x(t) = \frac{e\tilde{E}_0}{m\omega_0^2}\Big[\big(\cos(\omega_0 t)-\cos(\omega_0 t_0)\big) + \sin(\omega_0 t_0)(\omega_0 t-\omega_0 t_0)\Big]$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = -\frac{e\tilde{E}_0}{m\omega_0}\Big[\sin(\omega_0 t)-\sin(\omega_0 t_0)\Big]$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = 2\langle E_{kin}\rangle\Big[\sin(\omega_0 t)-\sin(\omega_0 t_0)\Big]^2$$

Maximum E_{kin}^{max} von E_{kin} unter Nebenbedingung $x(t)=0$

$$\Longrightarrow \quad E_{kin}^{max} = 3{,}17\,\langle E_{kin}\rangle$$

3)

$$\hbar\omega_{max} = E_b + E_{kin}^{max}$$

wegen periodischer Anregung nur Harmonische von $\hbar\omega_0$

$$\Rightarrow \hbar\omega_{max} \simeq N_{max}\hbar\omega_0 = E_b + 3{,}17\langle E\rangle$$

$$\Rightarrow N_{max} = \frac{E_b + 3{,}17\langle E_{kin}\rangle}{\hbar\omega}$$

Dieses Modell taugt nur dafür, die cut-off-Frequenz zu erhalten. Die genaue Verteilung der Harmonischen ist mit SGL und so zu errechnen.

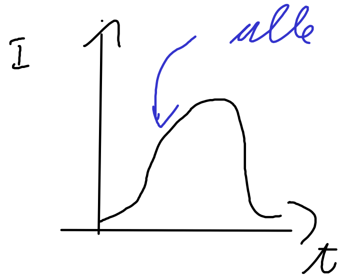
Warum erreicht man nicht die 1000 Ordnung?

Atom	Ionisationsenergie
H	13,6 eV
He	24,6 eV
Ne	21,6 eV
Ar	15,8 eV

Da ist nicht viel zu machen ...

Intensität hochschrauben?

alle Atom werden vor dem maximum bereits Ionisiert



H-Atom, $\hbar\omega_0 = 1,5\,eV$, $\gamma = 1$

$$\hat{=} \quad t_{tun} = 0,44\,fs$$

$$\hat{=} \quad \tilde{E}_0 = 3 \cdot 10^{10}\,\frac{V}{m}$$

$$\hat{=} \quad I = 1 \cdot 10^{14}\,\frac{W}{cm^2}$$

mit $\hbar\omega_0 = 1,5\,eV$ wurden harmonische bei $N_{max} \cdot \hbar\omega_0 \approx 1\,keV$ experimentell erzeugt.

$\hat{=}$ extreme UV oder weiche Röntgenstrahlung

Vorteile dieser Art Röntgenlicht zu erzeugen,

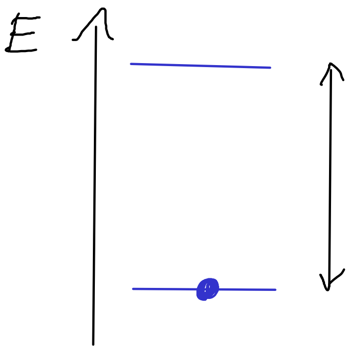
- Kohärenz
- Attosekunden Pulse

4.2.3 Magnetische Resonanz

Betrachte $s = \frac{1}{2}$ System im stat. Magnetfeld.

$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix}$ Die Zeeman-Energie (siehe Kap 3.1)

$$E_z = \pm \frac{1}{2} g_s \mu_B B_z$$



$$\Delta E = 2 E_z = 2 \mu_B B_z$$

wie 2 Niveau-System
⇒ Bloch Gleichungen
mit „magnetische Dipolmatrixelement"

Regen wir zusätzlich mit einem senkrechten zeitveränderlichen B-Feld an (B_x od. B_y) ergibt sich eine magnetische Dipolenergie analog zur elektrischen Dipolenergie, die in den Bloch-Gleichungen auftaucht.

(konst. B-Feld → Zeeman Aufspaltung
+ dyn. B-Feld ⇒ 2 Niveau System

vgl. El. Aufspaltung durch dyn. E-Feld ⇒ 2 Niveau Sys.

Interessanterweise kommt man klassisch auch auf die Bloch-Gleichungen.

Drehmoment $\dot{\vec{L}}$ auf magnet. Dipolmoment $\vec{\mu}$

$$\dot{\vec{L}} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

mit

$$\vec{\mu} = -\vec{L}\,\frac{e}{m} \qquad (\text{Kap. } 2.4.3,\ g_S = 2)$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\vec{L}} = -\frac{e}{m}\,\vec{L} \times \vec{B}} \qquad \text{Bloch-Gleichungen}$$

In Komponenten:

$$\dot{L}_x = -\frac{e}{m}\left(L_y B_z - L_z B_y\right)$$

$$\dot{L}_y = -\frac{e}{m}\left(L_z B_x - L_x B_z\right)$$

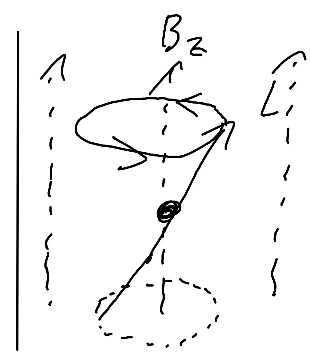
$$\dot{L}_z = -\frac{e}{m}\left(L_x B_y - L_y B_x\right)$$

Mit $B_y = 0$, $L_x = u$, $L_y = v$, $L_z = w$

und $-\frac{e}{m} B_z = \Omega$ und $-\frac{e}{m} B_x(t) = -2\Omega_R(t)$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & +\Omega & 0 \\ -\Omega & 0 & -2\Omega_R(t) \\ 0 & 2\Omega_R(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

genau wie in Kap. 2.2.5 !



Präzession

Ω ist die Larmor-Frequenz

Präzessionsfrequenz = Larmor-Frequenz
das entspricht der Übergangsenergie $\hbar\Omega = \Delta E$
$= 2E_z$

nächstes mal: Atome mit mehr Elektronen
LS-Kopplung (alle L miteinander, alle S miteinander) dann zusammen