

repetition

electronic structure

classical picture of free electron gas

Drude - Modell

Drude - Modell

Wechselstromeigenschaften

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

Kleine Frequenzen  $\omega\tau \ll 1$

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{1 + i\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \approx \sigma_0 (1 + i\omega\tau)$$

$$\epsilon(\omega) \approx 1 + \sigma(\omega) \frac{i}{\epsilon_0 \omega} = 1 + \underbrace{\sigma_0 \frac{i}{\epsilon_0 \omega}}_{\text{Imaginärteil}} - \sigma_0 \frac{\tau}{\epsilon_0}$$

Imaginärteil

⇒ Absorption

Ebene Welle  $E(\omega) = -iE_2$

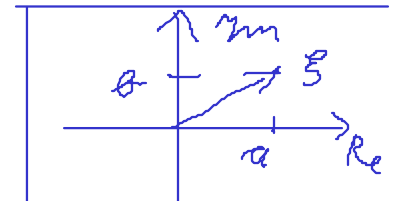
$$\rightarrow k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon(\omega)}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \omega}} \frac{1+i}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\delta} (1+i)$$

$$\delta = \kappa \sqrt{\frac{2\epsilon_0}{\sigma_0 \omega}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma_0 \mu}}$$

$\delta$  Skin - Tiefe,  
Leiterschichtdicke für Wechselstrom

Skin - Effekt: Stromverdrängung an die Oberfläche



$$z = a + ib$$

$$a = r \cos \varphi$$

$$b = r \sin \varphi$$

$$\sqrt[n]{a+ib} =$$

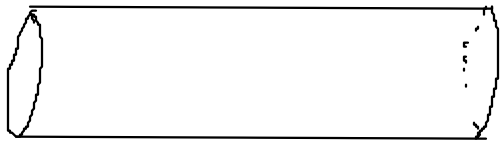
$$\sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n} \right)$$

# Wärmeleitfähigkeit eines Metalls

## Wiedemann-Franz Gesetz

$$\frac{\text{Wärmeleitfähigkeit}}{\text{el. Leitfähigkeit}} = \frac{\kappa}{\sigma} = L \cdot T$$

$L$  Lorentzzahl  $L \Big|_{300K} \approx (2,3 \dots 2,8) \cdot 10^{-8} \frac{W \cdot \Omega}{K^2}$



$$\vec{j}_T = -\kappa \nabla T$$

minimale Energie pro Elektron

$$\vec{j}_T = \left\langle \frac{1}{2} n v_x [u_e(x - vT) - u_e(x + vT)] \right\rangle$$

$$\vec{j}_{xT} = n \langle v_x^2 \rangle \sigma \frac{du_e}{dT} \left( -\frac{dT}{dx} \right) \quad n \frac{du_e}{dx} = \kappa v$$

Projektion auf x-Achse

in 3D:  $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$

$$\vec{j}_T = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \sigma \kappa v (-\vec{\nabla} T)$$

$$\kappa = \frac{1}{3} v^2 \sigma \kappa v$$

ist schon Mittelwert

Vergleich mit klas. idealem Gas um  $\kappa$  und  $\sigma$

Zu verknüpfen

$$\sigma = \frac{n e^2 \sigma}{m}$$

$$L = \frac{\kappa v}{n e^2} \frac{m v^2}{3}$$

$$\kappa v = \frac{3}{2} n k_B$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

ideales Gas

$$L = \frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 7,77 \cdot 10^{-8} \frac{W \cdot \Omega}{K}$$

## Sommerfeld - Modell

(Die Sommerfeld - Theorie der Metalle)

$$f_{MB}(v) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{m v^2}{2 k_B T}}$$

$$\text{Dichte } n = \frac{N}{V}$$

Maxwell - Boltzmann (klassisch)

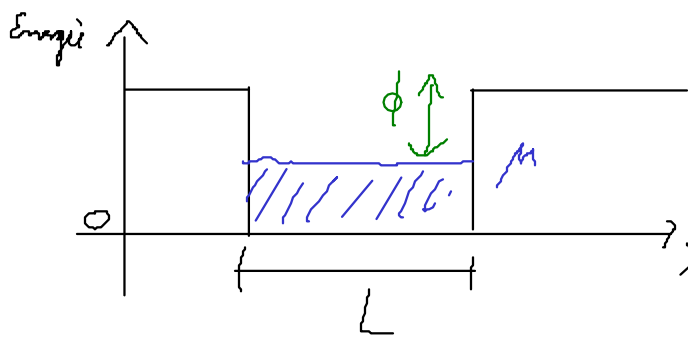
$$f_{FD} = \left( \frac{m}{2\pi \hbar} \right)^3 \frac{2}{\exp\left(\frac{\frac{1}{2} m v^2 - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

Fermi-Dirac-Verteilung (Quantenmech.)

Dichte:  $\int_0^{\infty} f(v) dv = n \Rightarrow \mu$  bestimmt

$$\mu = k_B T_0 \quad (T_0 = \text{Fermi-Temperatur?})$$

Zustandsdichte der freien Elektronen (Fermi-Gas)



Austrittsarbeit  $\phi$

Kristall: Würfel mit

Kantenlänge  $L$

darin  $N$  Elektronen (frei El.)

stat. Schrödingergl.

Randbedingungen (?)

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right) \Psi = E \Psi$$

Lösung: ebene Welle  $\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}}$

$\vec{k}$  ist Wellenvektor für Elektronen

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Randbedingungen: Born-Karman periodische Randbedingungen

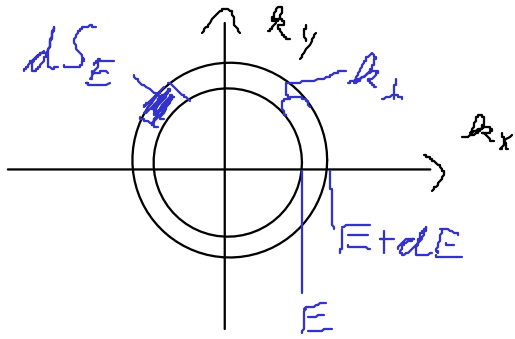
$$\Psi(x, y, z) = \Psi(x+L, y, z) = \Psi(x, y+L, z) = \Psi(x, y, z+L)$$

$\Rightarrow$  Erlaubte Wellenvektoren

$$k_i = \frac{2\pi}{L} m_i \quad (i = x, y, z)$$

Dichte im Impulsraum

$$g_{3D} = \frac{V}{(2\pi)^3} \quad \text{3 Dimensionen}$$



Zustandsdichte, nur ein Spin-Richtung

$$D_{\uparrow}(E) dE = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_E^{E+dE} d^3k$$

$$= \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{1}{\hbar} \int_E^{E+dE} \frac{dS_E}{v_g}$$

v<sub>g</sub>  
Gruppengeschwindigkeit

Vereinfachung: v<sub>g</sub> nur von Energie abhängig

$$v_g = \frac{\partial E}{\partial(\hbar k)} = \frac{\hbar k}{m}$$

$$\int \frac{dS_E}{v_g} = \frac{1}{v_g} \int dS_E = \frac{1}{v_g} 4\pi k^3$$

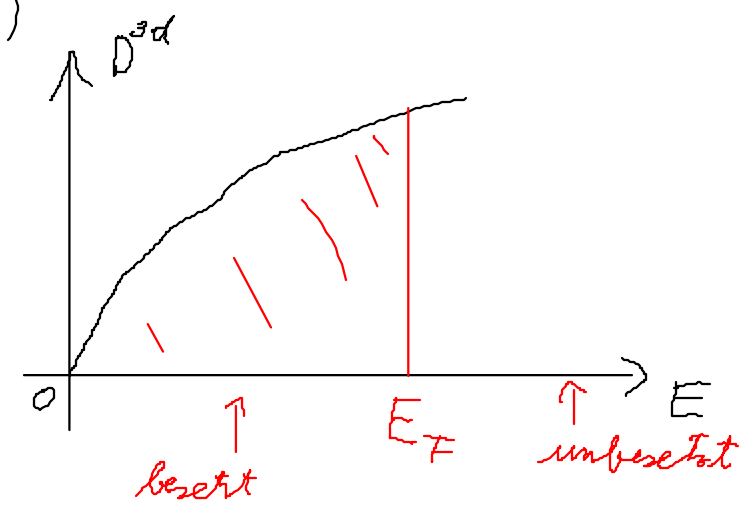
$$D_{\uparrow}(E) dE = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{1}{\hbar} \frac{m}{\hbar k} 4\pi m k^3 dE = \frac{(2m)^{3/2} V}{4\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Zustandsdichte pro Volumen

$$D(E) = \frac{1}{V} (D_{\uparrow}(E) + D_{\downarrow}(E))$$

$$D^{3d}(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi)^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Elektronendichte  $\propto \sqrt{E}$   
in 3 Dimensionen



Niederdimensionale Systeme

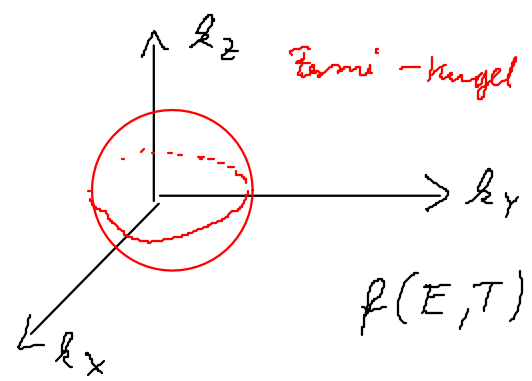
d = dimension

$$\int^d = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^d$$

$$D^{2D} = \frac{m}{\pi \hbar^2}$$

$$D^{1D} = \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}$$

Fermi-Kugel



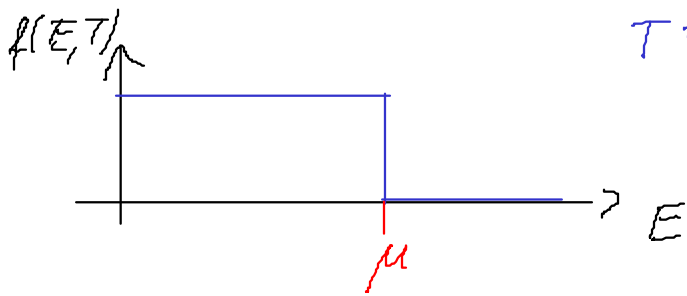
Fermi-Kugel

Zustände innerhalb besetzt  
außerhalb unbesetzt

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

$\mu$  chem. Pot.

$$\mu = \frac{\partial F}{\partial N} \Big|_{T, V}$$



$T=0$

$$f(E < \mu, 0) = 1$$

$$f(E = \mu, 0) = \frac{1}{2}$$

$$f(E > \mu, 0) = 0$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \mu = E_F$$

$$n = \frac{N}{V} = \int_0^{\infty} D(E) f(E, 0) dE = \int_0^{E_F} D(E) dE$$

$$= \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{2(E_F)^{3/2}}{3}$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$