repetition

Semiconductors

mobility of e^- increased with quality of material

direct and indirect semiconductors

$(\Delta p = 0)$ $(\Delta p \neq 0)$

effective mass of electrons / holes

10 Elektronische Transporteigenschaften

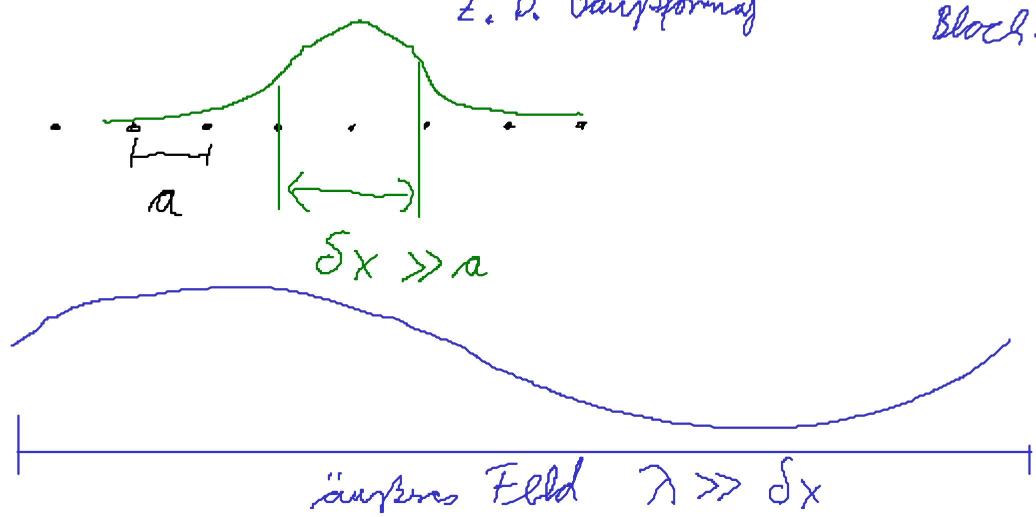
Unschärfe $\delta k \, \delta r \geq 1$

(Wellenpakete größer ausgedehnt als Gitterkonstante a)

Elektronen als Wellenpakete

z.B. $$\Psi(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \underbrace{g(\vec{k})}_{\text{z.B. Gaußförmig}} e^{i\left(\vec{k}\vec{r} - \frac{\hbar^2 k^2 t}{2m}\right)}$$

im Kristall Bloch-Fkt. als Basis



$\Rightarrow$ semiklassische Näherung

! Unschärfe in $\vec{k}$: $\delta \vec{k} << \frac{\pi}{a}$ (klein 1. BZ)

(Quasiimpuls, da $\vec{k}$ bis auf rez. Gittervektor bestimmt)

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

z.B. freie Elektronen $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ $\vec{v}_g = \frac{\hbar k}{m}$

semiklassische Bewegungsgleichung:

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{F} = -|e|\left(\vec{E} + \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B}\right)$$

el. Feld   magn. Flussdichte

Ableitung der Gruppengeschwindigkeit

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}\right) \cdot \frac{d\vec{k}}{d\vec{k}} = \frac{\partial}{\partial \vec{k}}\left(\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}\right)\frac{\partial \vec{k}}{\partial t}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}\,\partial \vec{k}}}_{\hat{=}\,\frac{1}{m}\ \text{für}\ \vec{F} = m\vec{a}} \vec{F}$$

für kartesische Komponenten:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2}\sum_j \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} F_j = \sum_j \left(\frac{1}{m^*_{ij}}\right) F_j$$

Tensor $[m^*] = \overline{\overline{m}}^*$ 2ter Stufe

Die rez. effektive Masse ist durch die Krümmung der Energiefläche bestimmt.

Quasiimpuls $\hbar \vec{k} = [m^*]\,\vec{v}$

1) Beschleunigung erfolgt <u>nicht</u> in Richtung der Kraft
2) Betrag von Beschl. hängt von k ab

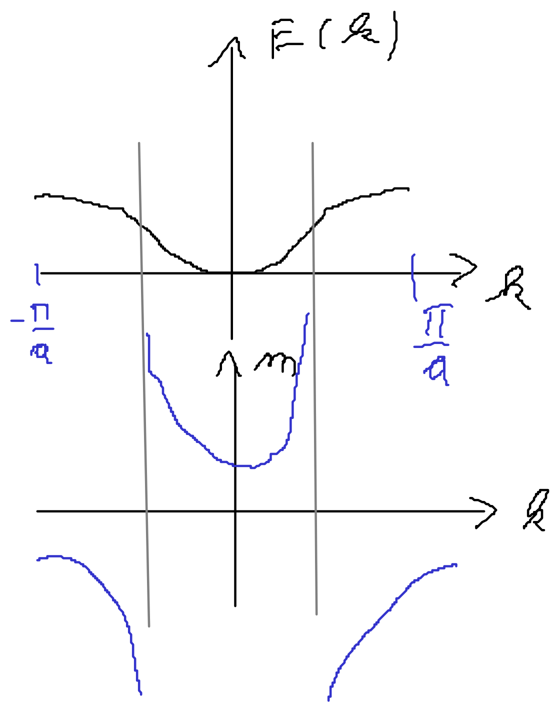
Tensor $[m^*]$ ist symmetrisch $\Rightarrow$ Hauptachsentransformation mit 3 unabhängigen Komponenten

einfaches Beispiel: $m^*_{11} = m^*_{22} = m^*_{33} = m^*$
in Alkalimetallen mit Fermikugel innerhalb 1. BZ

$$m^*(k) = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial E}{\partial k^2}\right)} \quad \text{(skalare Größe)}$$

In der Nähe von Bandextrema kann Energiefläche als Paraboloid genähert werden

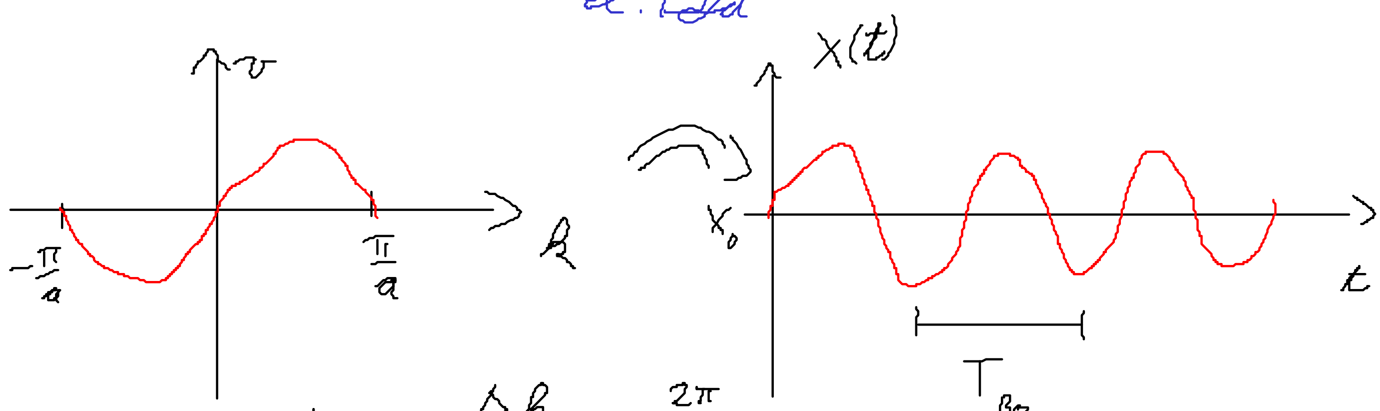
Beispiel



Bloch - Oszillationen

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = F = -e\vec{E}$$

el. Feld



Periodendauer $T_{BO} = \frac{\Delta k}{\left\langle \left| \frac{dk}{dt} \right| \right\rangle} \approx \frac{\frac{2\pi}{a}}{\frac{e\vec{E}}{\hbar}} = \frac{\hbar 2\pi}{e|\vec{E}|a}$

Die Periode der Bloch-Oszillation $T_{BO} = \frac{h}{a e |\vec{E}|}$

Beispiel $E = 1 \frac{kV}{m}$, $a = 2 \text{Å}$

$\Rightarrow$ $T_{BO} = 20 \, ns$ mit $v \approx v_F \approx 10^6 \frac{m}{s}$

$f_{BO} = 50 \, MHz$ Fermi-Geschwind.

$\delta x \propto v_F \cdot T_{BO} \approx 2 \, cm$

- Warum leitet ein FK dennoch Strom?

$\Rightarrow$ Streuung

Mittlere Stoßzeit (Realität) $\tau \approx 10^{-14} \, s \longrightarrow \delta x = 10 \, nm$

(in sehr reinen Metallen kann man $\delta x = 1 \, mm$ erreichen)

in HL-Heterostrukturen kann man Potentiale mit $a = 100 \, nm$ wachsen lassen $\Rightarrow$ T wird klein und messbar

Elektronen und Löcher

Stromdichte $\vec{j} = -\frac{e}{V} \sum_{\vec{k}} \vec{v}(\vec{k})$

$2 \hat{=}$ Spin

Zustandsdichte $\rho_k = \frac{2 V}{(2\pi)^3}$

$\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int \vec{v}(\vec{k}) \, f(E, T) \, d^3k$

Fermi-Verteilung, hier keine Kugel daher $\neq \Theta(E - E')$

bei $T = 0$

$= -\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{Besetzte Zustände}} v(\vec{k}) \, d^3\vec{k}$

$= -\frac{e}{4\pi^3 \hbar} \int_{\text{besetzt}} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \, d^3k$

mit Inversionssymmetrie $\quad E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$

$$\vec{v}(-\vec{k}) = -\vec{v}(\vec{k})$$ $\Leftrightarrow$ volles Band gibt keinen Beitrag

$$\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3}\Big[\underbrace{\int_{BZ} v(\vec{k})\,d^3k}_{=0} - \int_{\substack{\text{leere}\\ \text{Zustände}}} v(\vec{k})\,d^3k\Big]$$

$$= +\frac{e}{4\pi^3}\int_{\text{leer}} \vec{v}(\vec{k})\,d^3\vec{k}$$ $\hat{=}$ Teilchen mit pos. Ladung

$\boxed{\text{Löcher}}$