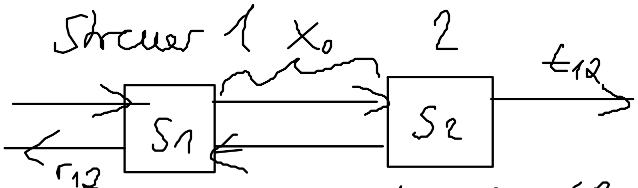
Beispiele



- **klassisch** $G^{-1}_{12,kl} = \frac{h}{2e^2}\left(\frac{R_1}{T_1}+\frac{R_2}{T_2}\right)$ Addition von 4P-Widerständen
- **quantenmechanisch, kohärent** $t_{12} = \dfrac{t_1 t_2 e^{ikx_0}}{1-r_1' r_2 e^{2ikx_0}}$

$$r_{12} = r_1 + \frac{t_1 r_2 t_1' e^{2ikx_0}}{1-r_1' r_2 e^{2ikx_0}}$$

$$\Rightarrow T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 T_2}{1+R_1R_2-2\sqrt{R_1R_2}\cos\theta} \quad \text{mit} \quad \theta = 2kx_0 + \varphi_1' + \varphi_2$$

$$R_{12} = |r_{12}|^2 = \frac{R_1+R_2-2\sqrt{R_1R_2}\cos\theta}{1+R_1R_2-2\sqrt{R_1R_2}\cos\theta}$$

$$G^{-1}_{12,2P} = \frac{h}{2e^2}\frac{1}{T_{12}} \xrightarrow[T_1=T_2]{R_1=R_2} \frac{h}{2e^2}\frac{1+R^2-2R\cos\theta}{T^2} \quad \xrightarrow{\max} \frac{h}{2e^2}\frac{(1+R)^2}{T^2}, \quad \xrightarrow{\min} \frac{h}{2e^2}\frac{(1-R)^2}{T^2} = \frac{h}{2e^2}$$

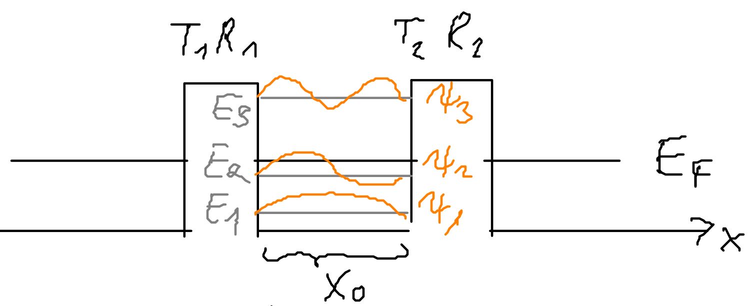
$$G^{-1}_{12,4P} = \frac{h}{2e^2}\frac{R_{12}}{T_{12}} \longrightarrow \frac{h}{2e^2}\frac{2R(1-\cos\theta)}{T^2} \quad \xrightarrow{\max} \frac{h}{2e}\frac{4R}{T^2}, \quad \xrightarrow{\min} 0$$

$$G^{-1}_{12,kl} \longrightarrow \frac{h}{2e^2}\frac{2R}{T}$$

$$G^{-1}_{12,2P} = G^{-1}_{12,4P} + \frac{h}{2e^2}$$ ← Kontaktwiderstand

2.10 Resonanzformel

Betrachte System mit 2 hohen Barrieren



- $T_1, T_2 \ll 1$
  $R_1 \approx R_2 \approx 1$
- T_i, R_i hängt nicht von E ab
  aber $\theta(E)$ hängt von E ab.

- zur Vereinfachung $\varphi_1' + \varphi_2 = 0$

$$\boxed{\theta(E) = 2kx_0 = 2x_0 \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}}$$

Für gewisse Energien E_n ist $\theta(E_n) = 2\pi n$ $\quad n = 1, 2, \ldots$

$\cos\theta(E_n) = 1 \Rightarrow G_{2P} = \frac{2e^2}{h}$, $G_{4P} = \infty$ für $R_1 = R_2$, $T_1 = T_2$

$\boxed{k_n} = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar} = \frac{2\pi n}{2x_0}$ (siehe Teilchen im Kasten mit ∞ hohen Wänden)

$\boxed{= \frac{2\pi}{\lambda_n}} \longrightarrow \frac{\lambda_n}{2}$ passt genau zwischen Barrieren

• **Berechne Leitwert** $T_{12}(E)$ für $E \approx E_n$

$$\cos\Theta(E) = \underbrace{\cos[\Theta(E_n)]}_{1} - \underbrace{\left(\sin\Theta \frac{d\Theta}{dE}\right)_{E_n}}_{0} (E-E_n) - \frac{1}{2}\frac{d}{dE}\left[\sin\Theta \frac{d\Theta}{dE}\right]_{E_n}(E-E_n)^2 \dots$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Theta}{dE}\right)^2_{E_n}(E-E_n)^2 = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2x_0\sqrt{2m}}{2\sqrt{E_n}\,\hbar}\right)^2 (E-E_n)^2$$

$$= 1 - \frac{m x_0^2}{E_n \hbar^2}(E-E_n)^2$$

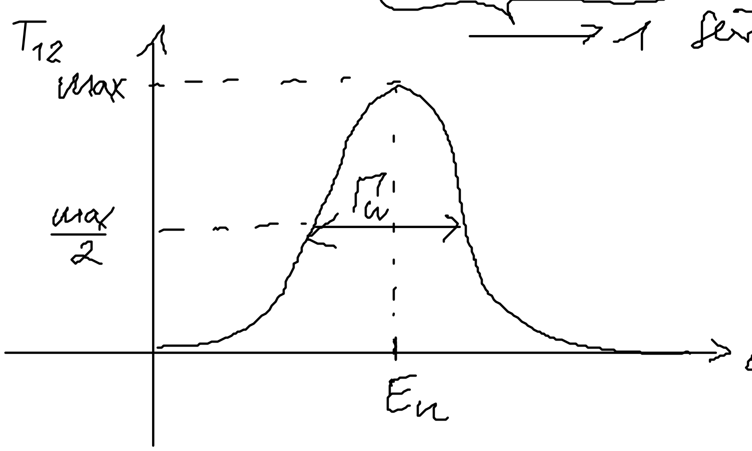
mit $1 + R_1R_2 - 2\sqrt{R_1R_2} = 1 + (1-T_1)(1-T_2) - 2\left(1 - \frac{T_1}{2} - \frac{T_1^2}{8} \dots\right)\left(1 - \frac{T_2}{2} - \frac{T_2^2}{8} \dots\right)$

für $T_1, T_2 \ll 1$ $\quad = \frac{(T_1+T_2)^2}{4}$

$$T_{12}(E) = \frac{T_1T_2}{\frac{(T_1+T_2)^2}{4} + \underbrace{\sqrt{R_1R_2}}_{\approx 1}\frac{2x_0^2 m}{\hbar^2}\frac{(E-E_n)^2}{E_n}} = \frac{4T_1T_2}{(T_1+T_2)^2}\,\frac{1}{1 + \frac{8x_0^2 m}{\hbar^2}\frac{(E-E_n)^2}{E_n(T_1+T_2)^2}}$$

$\Gamma_i = T_i \frac{\hbar}{x_0}\sqrt{\frac{E_n}{2m}}$ $\quad i = 1, 2, \dots$, $\quad \Gamma_n = \Gamma_1 + \Gamma_2$

$$\boxed{T_{12}(E) = \frac{4T_1T_2}{(T_1+T_2)^2}\,\underbrace{\frac{\frac{\Gamma_n^2}{4}}{\frac{\Gamma_n^2}{4} + (E-E_n)^2}}_{\longrightarrow 1 \text{ für } E \longrightarrow E_n}}$$ Lorentzkurve



• Für $T_1 = T_2$ ist max von $T_{12} = 1$

• Im Resonanz $T_{12} = 1$ für symmetrische Barrieren

$G_{12} = \frac{2e^2}{h}$

• **Interpretation von** Γ_i

$\Gamma_i \frac{1}{\hbar} = T_i \cdot \frac{v_n}{x_0}$ $\quad$ (v_n: Geschwindigkeit zwischen Barrieren)

Wahrscheinlichkeit ⟵ attempt frequency = Rate für Übergang über Barrieren

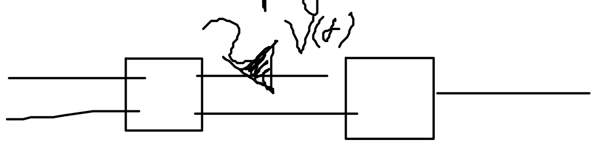
$\frac{1}{\hbar}\Gamma_u = \frac{1}{\hbar}(\Gamma_1 + \Gamma_2)$ Rate für escape aus Barrieren

$\Rightarrow$ Linienbreite der Resonanzkurve

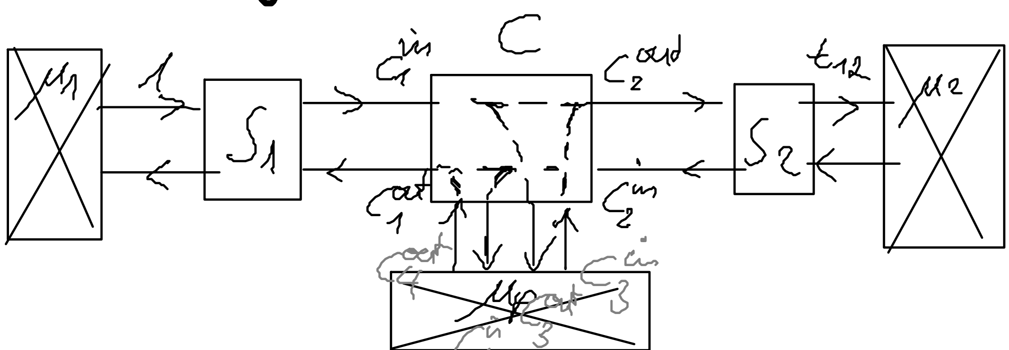
2.11 Übergang qm kohärent $\Leftrightarrow$ klassisch

Dichtematrix ρ: Nebendiagonalelemente der qm Dichtematrix $\underset{i \neq j}{\rho_{ij}(t)} \xrightarrow[t > \tau_\varphi]{} 0$ aufgrund von Prozessen die die Phasenkohärenz zerstören. Übrig bleiben ρ_{ii} = Wahrscheinlichkeit im Zustand i zu sein.

- Übergang zur klass Physik, wenn ein Prozess die qm kohärente Propagation beeinflusst. z.B. fluktuierendes el. Potenzial



Modellrechnung nach Büttiker (IBM J. Res. Dev 32, 63 (1988))



- Beobachtung: in Reservoiren wird Phasenkohärenz zerstört
- Lasse Teil der Amplitude nach Reservoir φ propagieren und inkohärent wieder zurück. (Parameter $0 \leq \varepsilon \leq 1$)
- Zur Probe soll kein Nettostrom $I_\varphi = 0$ fließen.
- Zusätzliches Kopplungselement ist auch durch S-Matrix beschreiben

$$\begin{pmatrix} C_1^{out} \\ C_2^{out} \\ C_3^{in} \\ C_4^{in} \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1-\varepsilon} & 0 & -\sqrt{\varepsilon} \\ \sqrt{1-\varepsilon} & 0 & -\sqrt{\varepsilon} & 0 \\ \sqrt{\varepsilon} & 0 & \sqrt{1-\varepsilon} & 0 \\ 0 & \sqrt{\varepsilon} & 0 & \sqrt{1-\varepsilon} \end{pmatrix}}^{S} \begin{pmatrix} C_1^{in} \\ C_2^{in} \\ C_3^{out} \\ C_4^{out} \end{pmatrix}$$

- Es gilt $S \, S^{+} = \mathbb{1}$

S erfüllt den Zweck
es gibt sicher auch andere
Möglichkeiten.

alle $kx_0 = \frac{\varphi}{2}$

$$t_{12} = \frac{t_2 e^{i\frac{\varphi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} \cdot t_1}{1 - e^{i\frac{\varphi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} r_1' e^{i\frac{\varphi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} r_2}$$

$$= \frac{t_1 t_2 e^{i\varphi} \sqrt{1-\varepsilon}}{1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2}$$

$$t_{13} = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}}\, t_1}{1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2}$$

$$t_{14} = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} r_2 e^{i\frac{\varphi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} t_1}{1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2}$$

$$t_{23} = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} r_1' e^{i\frac{\varphi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}} t_2'}{1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2}$$

$$t_{24} = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, e^{i\frac{\varphi}{2}}\, t_2'}{1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2}$$

$$T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 T_2 (1-\varepsilon)}{|Z|^2}$$

$$Z = 1 - e^{2i\varphi}(1-\varepsilon) r_1' r_2$$

$$|Z|^2 = 1 + R_1 R_2 (1-\varepsilon)^2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos\theta$$

$$\theta = 2\varphi + \rho_1' + \rho_2$$

$$T_{1p} = |t_{13}|^2 + |t_{14}|^2$$
$$= \frac{T_1 \varepsilon [1 + (1-\varepsilon) R_2]}{|Z|^2}$$