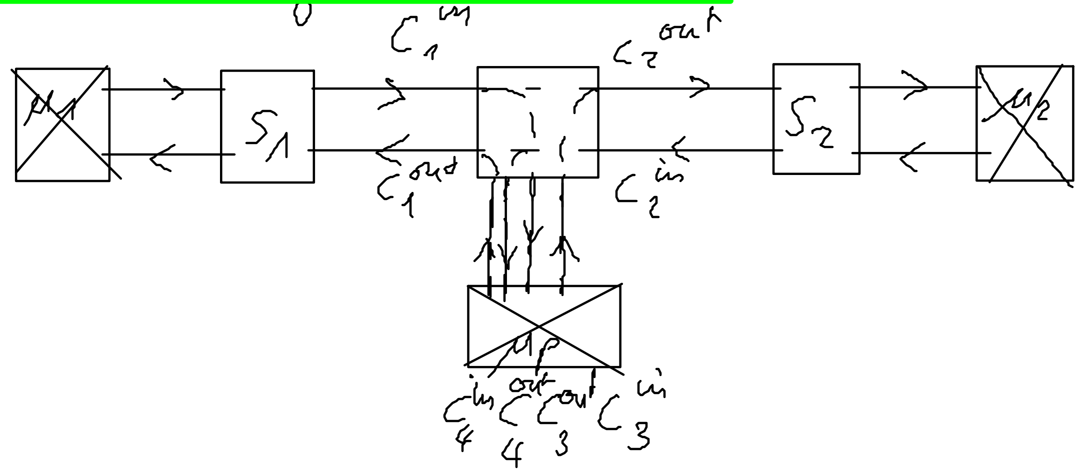
Modellrechnung nach Büttiker



$$\begin{pmatrix} C_1^{out} \\ C_2^{out} \\ C_3^{out} \\ C_4^{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1-\varepsilon} & 0 & -\sqrt{\varepsilon} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^{in} \\ C_2^{in} \\ C_3^{in} \\ C_4^{in} \end{pmatrix}$$

$$t_{12} = t_2 \frac{e^{i\varphi}\sqrt{1-\varepsilon}}{1 - r_1' r_2 e^{2i\varphi}(1-\varepsilon)} t_1$$

$$T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 T_2 (1-\varepsilon)}{|z|^2} = T_{21}$$

$$|z|^2 = 1 + R_1 R_2 (1-\varepsilon)^2 - 2\sqrt{R_1 R_2}\,(1-\varepsilon)\cos\theta$$

$$T_{1p} = \frac{T_1 \varepsilon}{|z|^2}\left(1 + (1-\varepsilon) R_2\right) = T_{p1}$$

$$T_{2p} = \frac{T_2 \varepsilon}{|z|^2}\left(1 + (1-\varepsilon) R_1\right) = T_{p2}$$

Grenzfälle $\varepsilon = 0$: $1 \to 2$ nur kohärent

$\varepsilon = 1$: $1 - 2$ gibt es nicht mehr

nur $p - 2$ inkohärent

Multi-Proben Formel

$$I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}\,\mu_\alpha - \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}\,\mu_\beta = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$\alpha = p$ $\quad \frac{h}{2e^2} I_p = T_{p1}(V_p - V_1) + T_{p2}(V_p - V_2) = 0$ Passive Probe

$$\Rightarrow V_p = \frac{V_1 T_{p1} + V_2 T_{p2}}{T_{p1} + T_{p2}}$$

• $\alpha=1$: $\frac{h}{2e^2} I_1 = T_{1p}(V_1-V_p) + T_{12}(V_1-V_2) = -\frac{h}{2e^2} I_2$

• V_p einsetzen: $\frac{h}{2e^2} I_1 = (V_1-V_2)\left(\frac{T_{p1}T_{p2}}{T_{p1}+T_{p2}} + T_{12}\right)$

$$\Rightarrow \quad G_{12} = \frac{I_1}{V_1-V_2} = \frac{2e^2}{h}\left(T_{12} + \frac{T_{p1}T_{p2}}{T_{p1}+T_{p2}}\right)$$

$$= \frac{2e^2}{h}\frac{T_1T_2}{|z|^2}\left((1-\varepsilon)+\varepsilon\frac{(1+(1-\varepsilon)R_2)(1+(1-\varepsilon)R_1)}{T_1(1+(1-\varepsilon)R_2)+T_2(1+(1-\varepsilon)R_1)}\right)$$

Grenzfälle $\varepsilon=0$: $G_{12} = \frac{2e^2}{h}\frac{T_1T_2}{1+R_1R_2-2\sqrt{R_1R_2}\cos\theta}$ = Resonanztunnel-Ausdruck (kohärent

$\varepsilon=1$: $|z|^2=1$

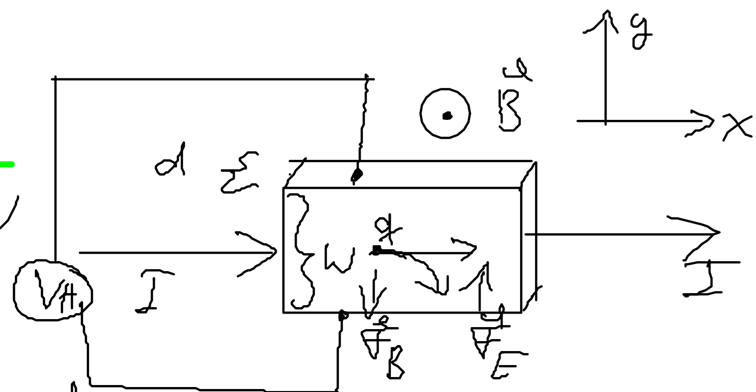
$G_{12} = \frac{2e^2}{h} T_1T_2 \frac{1}{T_1+T_2}$ klassische Addition der 2-Punkt Leitwerte

$G_{12}^{-1} = \frac{h}{2e^2}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)$

4 Quanten-Hall-Effekt

4.1 klassischer Hall-Effekt

4.1.1 einfache H-Leitung



• Probe mit Dicke d, Breite w

senkrechtes Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$

• Strom $\vec{I} = I_x \vec{e}_x$

$I_x = q\, n^{3d} d w\, v_x$ $\qquad n^{3d} d = n^{2d}$

• Auf Ladung q mit Geschw. $\vec{v}$ wirkt Lorentz-Kraft

$\vec{F}_B = q\frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}$

• Elektrisches Feld in y-Richtung wirkt dagegen

$\vec{F}_E = q\vec{E}$

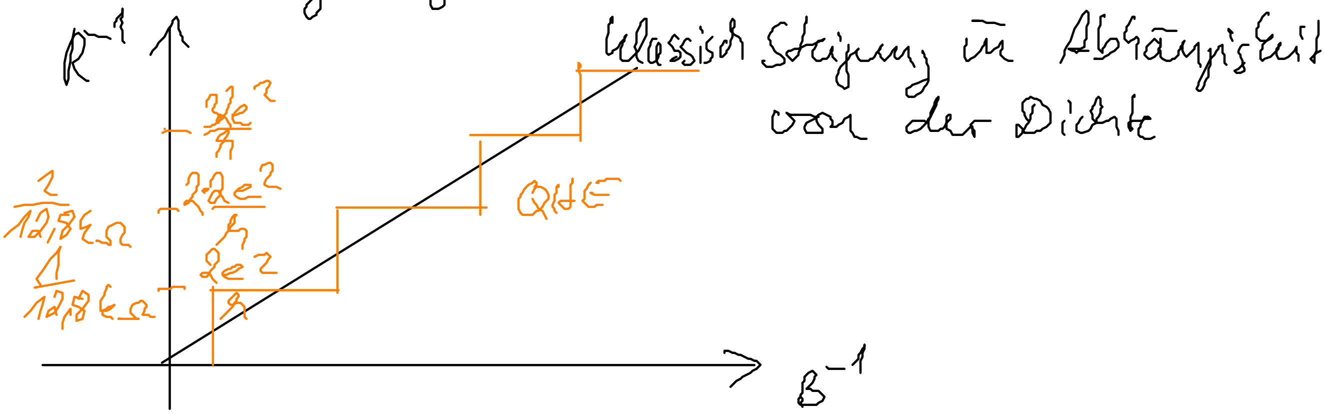
• Gleichgewicht: $\vec{F}_B + \vec{F}_E = 0 \qquad \vec{E} = -\frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}$

$E_y = \frac{v_x}{c}B$

• Hallspannung $V_H = w E_y = \frac{v_x}{c} w B = \frac{I_x}{q\, n^{2d} c}$

• Hallwiderstand $\boxed{R_H = \frac{V_H}{I_x} = \frac{B}{q\, n^{2d} c}}$

• Messung von R_H liefert Dichte und Vorzeichen der der Ladungsträger



4.1.2 Widerstand per square

In $d=3$: $R = \rho^{(3d)}\frac{L}{A}$

$\rho = \sigma^{-1}$ spezifischer Widerstand = (Leitwert)$^{-1}$

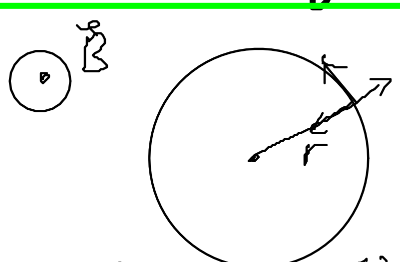
$d=2$: $R = \rho^{(2d)}\frac{L}{W}$

• statt $\rho^{(2d)}$ gibt man häufig den Widerstand einer quadratischen Probe an $R_\square = \rho^{(2d)}$

$$\boxed{\rho_H^{(2d)} = \frac{B}{n^{(2d)} q c}}$$

4.1.3 Frequenzen und Längen

• Zyklotron



Zentrifugalkraft = − Lorentzkraft

$$m r \dot{\varphi}^2 = -q r \dot{\varphi}\frac{B}{c}$$

• Zyklotronfrequenz $\omega_c = |\dot{\varphi}| = \frac{|q| B}{mc} = \frac{|e| B}{mc}$ für e^-

• Drudeleitfähigkeit $\sigma_0 = \frac{n^{(2d)} q^2 \tau}{m}$

$\Rightarrow \rho_H^{(2d)} = \frac{\omega_c \tau}{\sigma_0}$ $\quad E = \frac{m}{2} r^2 \dot{\varphi}^2 \quad r = \sqrt{\frac{2E}{m\omega_c^2}}$

• Für $E = E_F = \frac{m}{2} v_F^2 \Rightarrow r = l_{zykl} = \frac{v_F}{\omega_c}$

Für $E = \frac{\hbar\omega_c}{2} \Rightarrow r = l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_c}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{|q| B}}$

↳ magnetische Länge

4.1.4 Leitfähigkeitstensor und spezifischer Widerstandstensor

$\vec{j} = \overleftrightarrow{\sigma}\,\vec{E} \qquad \vec{E} = \overleftrightarrow{\rho}\,\vec{j} \qquad \overleftrightarrow{\sigma}^{-1} = \overleftrightarrow{\rho}$

- erweitertes Drude-Modell $\vec{j} = q\, n^{(2d)}\, \vec{v}_d$ ⟶ Driftgeschw.

Beschleunigungsgleichung:

$$m\,\dot{\vec{v}}_d + \frac{m}{\tau}\vec{v}_d = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_d}{c}\times\vec{B}\right)$$

- stationäre Lösungen $\frac{m}{\tau}\vec{v}_d - q\frac{\vec{v}_d}{c}\times\vec{B} = q\vec{E}$

$B = B\hat{e}_z \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \vec{v}_d = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \frac{m}{q\tau} & -\frac{B}{c} \\ \frac{B}{c} & \frac{m}{q\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{q\,n^{(2d)}} \begin{pmatrix} \frac{m}{q\tau} & -\frac{B}{c} \\ \frac{B}{c} & \frac{m}{q\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$ vgl. mit $\vec{E} = \overleftrightarrow{\rho}\,\vec{j}$

$$\boxed{\overleftrightarrow{\rho} = \frac{1}{\sigma_0}\begin{pmatrix} 1 & \omega_c\tau \\ -\omega_c\tau & 1 \end{pmatrix}}$$ mit $q = -|e|$ und $\sigma_0 = \frac{n^{(2d)} q^2 \tau}{m}$,

$$= \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \qquad \rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma_0} \qquad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \rho_H$$

$$\boxed{-\frac{B}{c\,q\,n^{(2d)}} = -\frac{1}{\sigma_0}\frac{Bq\tau}{mc} = \frac{1}{\sigma_0}\omega_c\tau}$$

Invertieren liefert:

$$\boxed{\overleftrightarrow{\sigma} = \overleftrightarrow{\rho}^{-1}} = \frac{1}{\operatorname{Det}(\overleftrightarrow{\rho})}\begin{pmatrix} \rho_{yy} & -\rho_{yx} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix} = \boxed{\frac{\sigma_0}{1+(\omega_c\tau)^2}\begin{pmatrix} 1 & \omega_c\tau \\ -\omega_c\tau & 1 \end{pmatrix}}$$

- Für $\rho_{xy} \neq 0$ folgt aus $\sigma_{xx} = 0 \iff \rho_{xx} = 0$

Für Transport $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\rho_{xx} = \rho_{yy}$