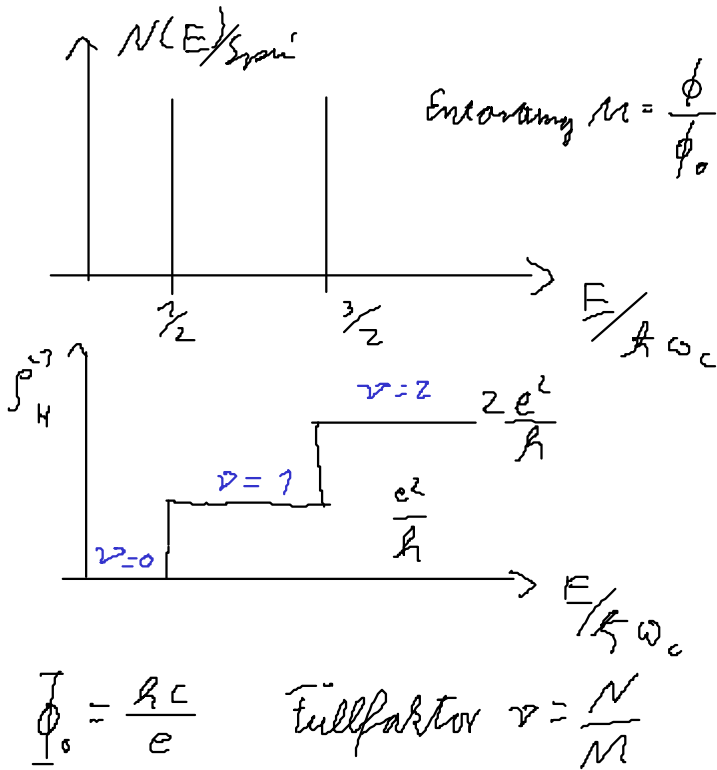


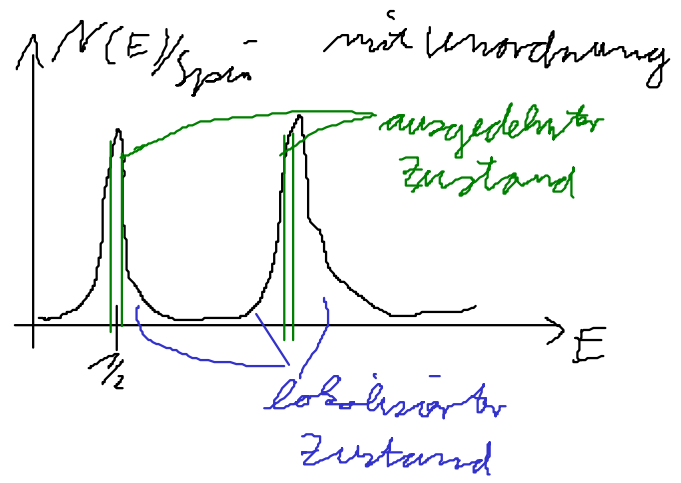
Quanten-Hall-Effekt



Fermi-Energie durchdringt

(theoret. 0K, experimentell quasi)

$$\frac{h}{e^2} = 25,8 \dots k\Omega$$



lokalisierungsplänge

$$\xi \sim |E - E_m|^{-s}$$

$$s \in [1 \dots 2]$$

$\xi < L_x$ Ausdehnung der Probe

\Rightarrow lokalisiert

auch zeitlich lokalisiert

in 1 und 2D - alle Zustände lokalisiert aber Ausdehnung
 evtl. größer als Probe
 in 3D abhängig von Unordnung

Mit dem neuen Bild für $N(E)$ ändert
 sich die Teilchenzahl nicht mehr in Sprüngen

Bei Berücksichtigung der Verbreiterung der Zustandschritte
 ändert sich die Teilchenzahl N kontinuierlich,
 wenn E_F oder β variiert wird

• Wenn E_F im Bereich der lokalisierten Zustände liegt

$$\Rightarrow \sigma_{xx} = 0$$

$$\text{für } \sigma_{xy} \neq 0 \Rightarrow \int \sigma_{xx} = 0$$

- Wenn E_F im Bereich der ausgedehnten Zustände liegt,
 $\Rightarrow \bar{\sigma}_{xx} \neq 0 \quad \rho_{xx} \neq 0$

• Behauptung:

E_F im Bereich der lokalisierten Zustände
 $\Rightarrow \sigma_{xy} = i \frac{e^2}{h} \quad i = 1, 2, \dots$
 (pro Spin)

Elektronen in den ausgedehnten Zuständen liefern
 noch den selben Wert für σ_{xy} wie volle
 Landau - Niveaus

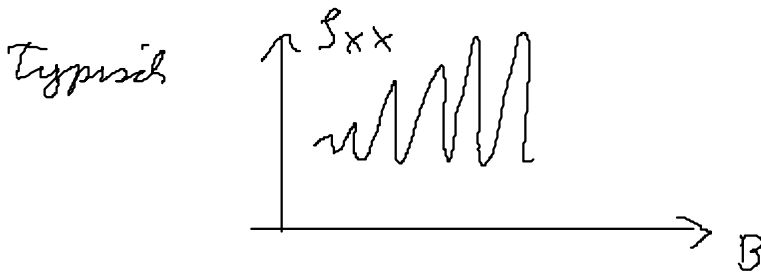
4.3.3. Schubnikov - De Haas Oszillationen

\Rightarrow Streuung durch Störstellen mit Konzentration c
 und Potential $U \Rightarrow \frac{1}{\sigma} = \frac{\pi}{h} N(E_F) c U^2$

$N(E_F)$ hängt von B ab

$\Rightarrow \rho_{xx} = \frac{m}{n e^2 \tau} \propto N(E_F)$ oszilliert als Fkt.
 von B

(war vor von Klitzing bekannt)

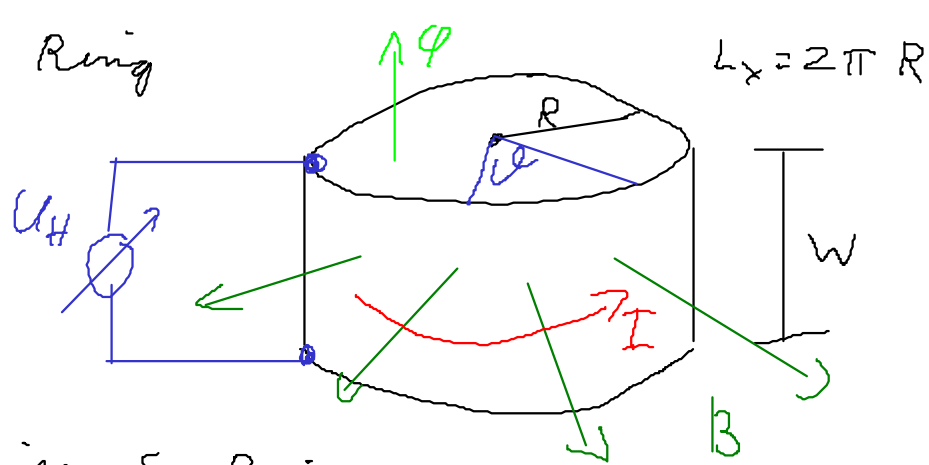


4.3.4. Topologisches Argument für Quantisierung von σ_{xy}

(unabhängig von Material - warum?)

von R. B. Laughlin (Nobelpreis Theorie des fractional
 quantum hall effect.)

- Bridge Probe zum Ring



Strom I fließt im Ring

Hallspannung zwischen oben und unten

Strom I erzeugt zusätzliches Magnetfeld \vec{B} ,

Vektorpotential \vec{a} und Fluss φ

Q.M. von "persistent currents"

Q.M. Zustand auf Ring $\Psi(\varphi + 2\pi) = \Psi(\varphi)$

vgl. Aharonov-Bohm-Effekt

$$\left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{q}{c} \vec{a} \right)^2 + V(x) \right] \Psi_\varphi(x) = E_\varphi \Psi_\varphi(x)$$

$$\Psi_\varphi(x) = \Psi_0(x) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \frac{q}{c} \int dx' \vec{a}(x') \right)$$

für geschlossenen Weg Phasenfaktor

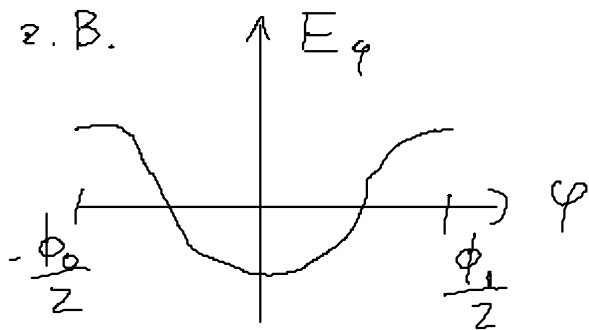
$$\begin{aligned} \frac{q}{\hbar c} \oint dx' \vec{a}(x') &= \frac{q}{\hbar c} \oint d\vec{l} \cdot \text{rot } \vec{a} = \frac{q}{\hbar c} \oint \vec{l} \cdot \vec{B} \\ &= 2\pi \frac{q}{\hbar c} \varphi = 2\pi \frac{\varphi}{\Phi_0} \end{aligned}$$

für Änderung von φ um Einheiten von Φ_0 ist

Phasenfaktor = 1

$\Rightarrow E_\varphi$ ist eine periodische Funktion von φ
mit Periode Φ_0 .

z. B.



Aber für $\varphi \neq \phi_0$ kann
Phasenfaktor als Randbed.
angesehen werden.

\Rightarrow Das selbe Szenario wie
bei Bloch-Zuständen und Bandstruktur

Weiterhin gilt

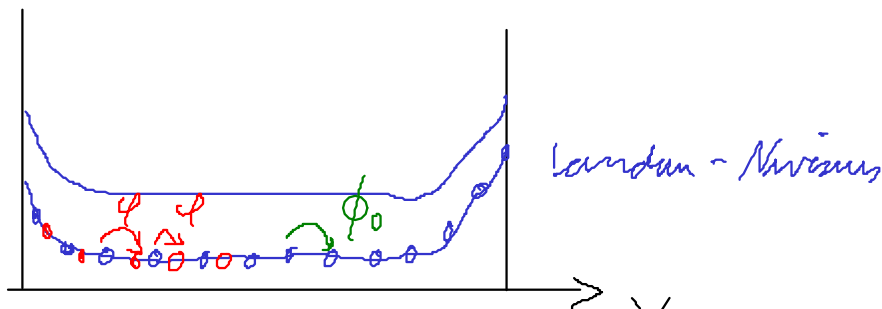
für den n -ten Zustand gibt es einen Strom

$$\vec{j} \propto i (\psi^* (\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} - \frac{q}{c} \vec{A}) \psi) - cc.$$

$$\Rightarrow \vec{j} = c \frac{\partial E}{\partial \varphi} \quad (\text{vgl. } v = \frac{\partial E}{\partial p})$$

Viele Zustände besetzt $\Rightarrow I = c \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \varphi}$

E_{φ} ist Gesamtenergie



0 bezeichnet Position des γ -Zustandes $\gamma_k \propto k$

Wenn die Randbedingung in x -Richtung durch

Fluss verändert wird $\Rightarrow \gamma_k$ verschiebt sich

Aufdrehen von φ verschiebt alle ausgekehrten Zustände.

Für $\varphi = \phi_0 \Rightarrow$ jeder Zustand ist um einen Platz
verschoben.

\Rightarrow pro gefülltes Landau-Band wird ein Elektron
in γ -Richtung durch die Probe gehoben

gegen die Hallspannung.

Die Arbeit $\delta E = \bar{i} |e| U_H$ muss geleistet werden.

$$\Rightarrow \sigma_{xy} = \frac{I}{U_H} = \frac{1}{U_H} \cdot \frac{\partial E_F}{\partial \varphi} = \frac{1}{U_H} \cdot \frac{\bar{i} |e| U_H}{\phi_0} = \bar{i} \frac{|e|}{h} \frac{|e|}{|e|} = \bar{i} \frac{e^2}{h}$$

4.4 Fractioneller Quanten-Hall-Effekt

Integer - QHE \rightarrow Plateaus bei Füllfaktor $\nu = 1, 2, 3, \dots$
Experimente an sehr reinen Proben zeigen weitere Plateaus bei ν

1) bei $\nu = \nu_p = \frac{p}{2p+1}$ und $\nu = 1 - \nu_p$ $p = 0, 1, 2, \dots$
und $\nu = 1 + \nu_p$
 $2 - \nu_p$
 \vdots

also $\nu = 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots, 1, \frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}$

2) $\nu = \bar{\nu}_p = \frac{p}{4p \pm 1}$ und $\nu = 1 \pm \frac{2p}{4p \pm 1}$

$\Rightarrow \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{3}{13}, \dots, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11}$

Theorie erfordert Berücksichtigung von Wechselwirkung

effektivi Teilchen bestehen dann aus p Elektronen und q Flussquanten

$$\vec{\Phi} e$$

z.B. $\nu = \frac{1}{3} = \frac{N}{\nu \phi_0} \Rightarrow 3$ Flussquanten pro Elektron

(für $\nu = \frac{p}{q}$)