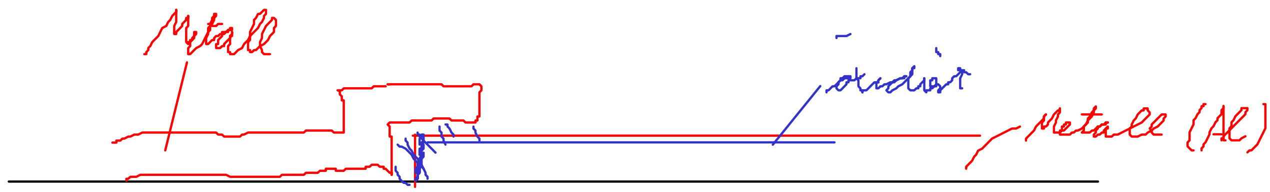
# 7 Einzel-Elektron-Effekt

single-electron effect

## 7.1 Ladungsenergie

### 7.1.1 Energieskala




Fläche z.B. $F = (30\,nm)^2 \quad \ldots \quad (100\,nm)^2 \ldots$

$\hat{=}$ Kapazität $\quad C = \dfrac{\varepsilon F}{4\pi d}$ — Fläche, Abstand

$1\,F = 9 \cdot 10^{11}\,cm \qquad d = 1\,nm$

$\varepsilon = 10 \quad (AlO)$

$$C = \frac{10 \cdot (10^2\,nm)^2}{4\pi \; 1\,nm} \approx 10^4\,nm = 10^{-3}\,cm = 10^{-15}\,F$$

$4\pi \approx 10$

$(1\,nm = 10^{-9}\,m = 10^{-7}\,cm)$

vgl. Kapazität einer Kugel nach $\infty$

$C = R \quad$, Bsp $\quad R = 10\,nm$

$C = 10^{-6}\,cm = 10^{-18}\,F$

Kap. mit Ladung $Q \longrightarrow$ Energie $E = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$

kleinste Ladung $Q = e \qquad$ 1 Elektron

$$\Rightarrow \text{Energie } E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{C} = \frac{1}{2}\, e \,\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C}{10^{-15}\,F} \approx 10^{-4}\,eV$$

Bsp

$10^{-4}\,eV$ entspricht $T \approx 1\,K \qquad (E = k_B T)$

Bei $T < 1\,K$ ist $E_c$ eine wichtige Energie

bei $T \gg 1\,K$ ist $E_c$ vernachlässigbar
(für dieses Beispiel)

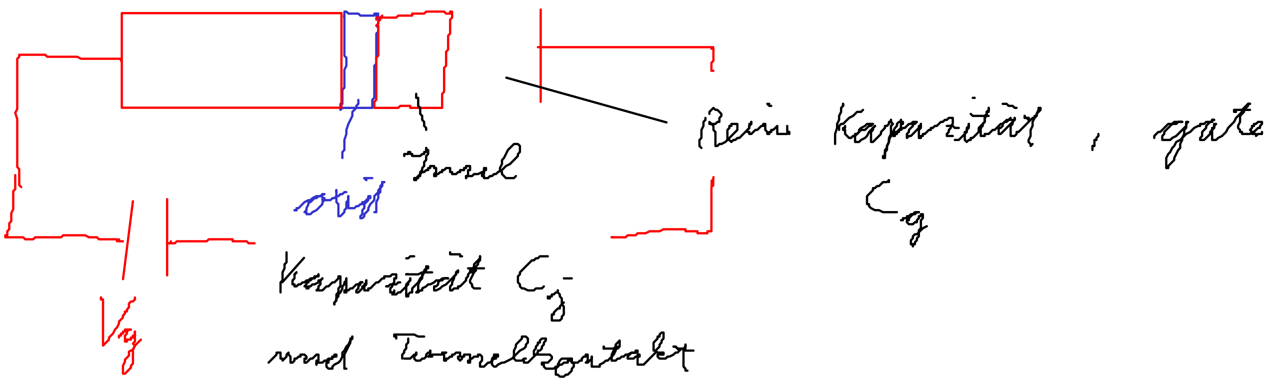
Aber für $C = 10^{-18}\,F$ ist $E_c \approx 10^{-1}\,eV$

$\Rightarrow \quad T \approx 10^3\,K$

$\Rightarrow$ Auch bei Raumtemp. wichtig

## 1.1.2 single - electron box

Einzel - Elektron - Schachtel




Über den Kontakt können Elektronen tunneln. Als Ergebnis haben wir $n$ Elektronen auf der Insel relativ zum ladungsneutralen Ausgangszustand.

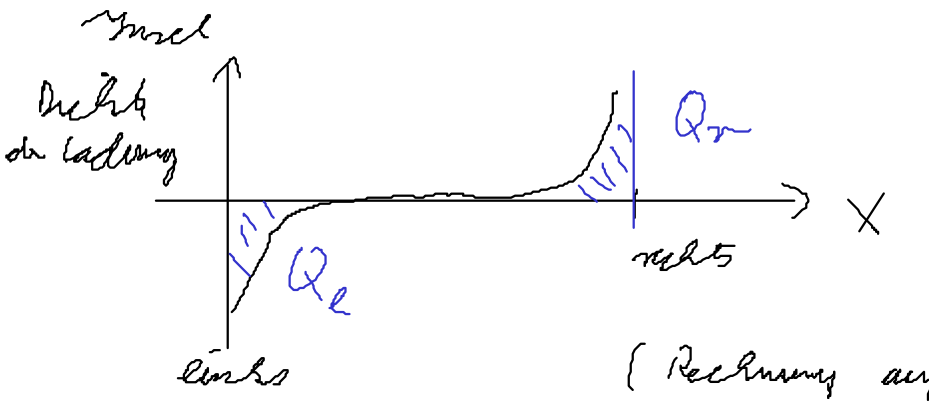
Legt man eine Spannung an, kann man $n \pm 1, \pm 2$ Elektronen auf der Insel haben.

Elektrostatische Energie des Systems

$$E_C = \frac{(ne - C_g V_g)^2}{2(C_j + C_g)} \qquad Q_g = C_g V_g$$

$$= \frac{(ne - Q_g)^2}{2C} \qquad C = C_j + C_g$$

Elektronen mit Genauigkeit $10^{-8}$ zählen



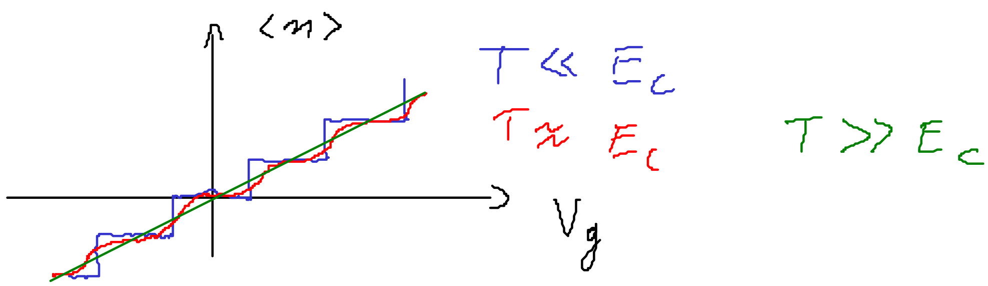

(Rechnung auf Folie)

---

für endl. Temp.

$$\langle n(Q_g)\rangle = \frac{1}{Z}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\, e^{-\frac{E_n(n, Q_g)}{k_B T}}$$

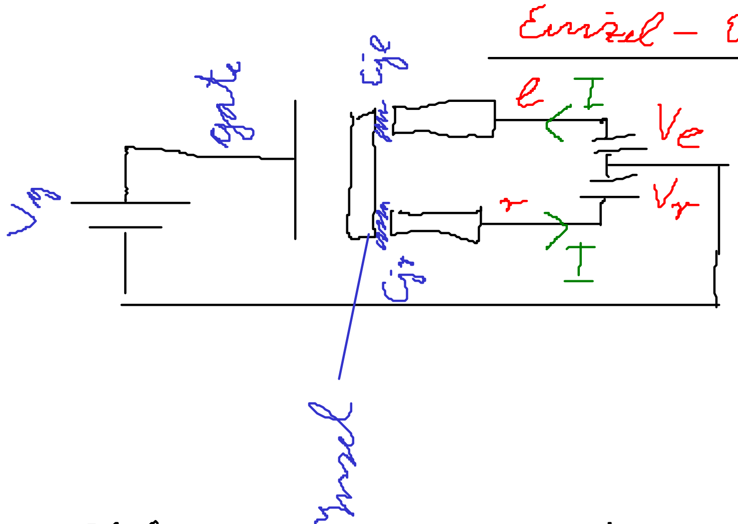
$\Rightarrow$




typ. Temp. im Experiment $T \gtrsim 30\,mK$

## 7.2 single-electron transistor SET

Einzel-Elektron Transistor




$$Q_g = C_g V_g + C_{je} V_e + C_{jr} V_r$$

$$C = C_g + C_{je} + C_{jr}$$

Elektrostatische Energie

$$E_{ch}(n, Q_g) = \left(\frac{ne - Q_g}{2C}\right)^2$$

Energieunterschied wenn ein Elektron tunnelt

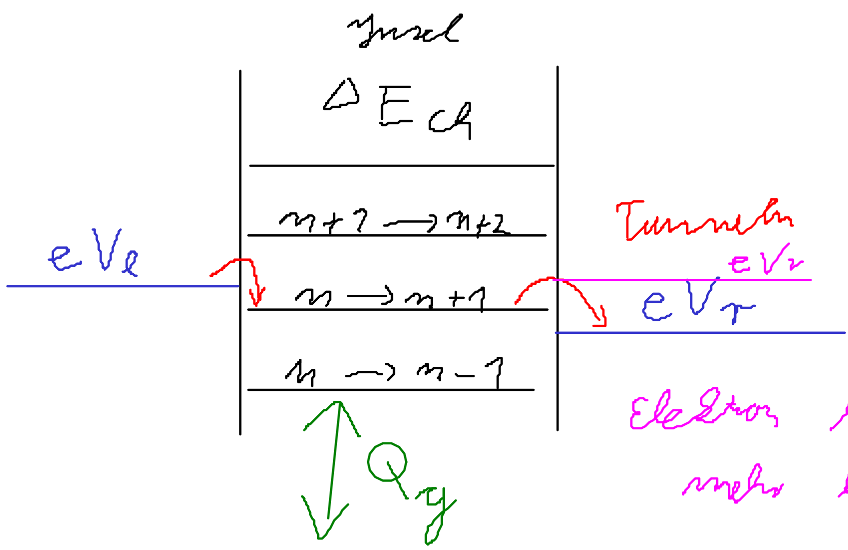
$n \longrightarrow n+1$

$$\Delta E_{ch}(n \longrightarrow n+1) = E_{ch}(n+1, Q_g) - E_{ch}(n, Q_g)$$

$$= \left(n + \frac{1}{2} - \frac{Q}{g}\right)\frac{e^2}{C}$$

Tunneln ist energetisch günstig für Elektron von links, wenn $E V_\ell \geq E_{ch}(n \longrightarrow n+1)$

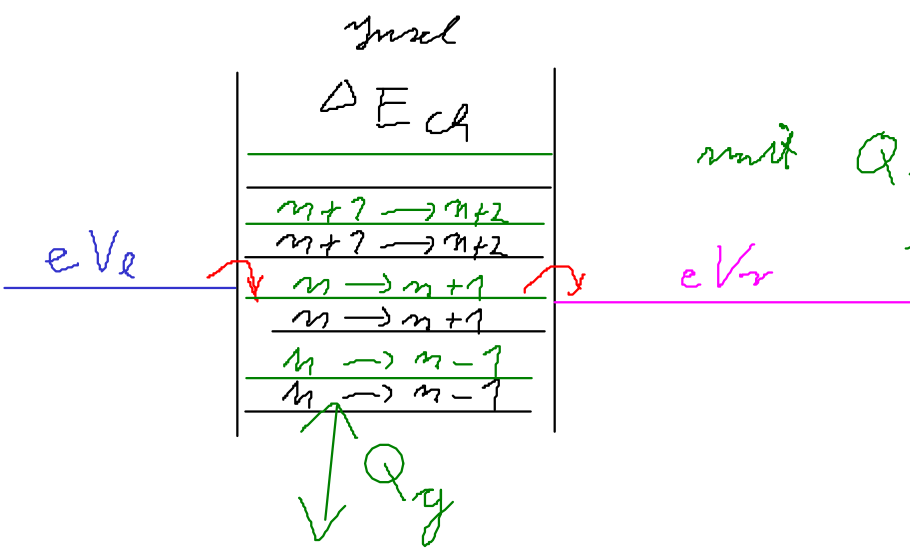
nach rechts $E(n+1 \longrightarrow n) \geq eV_r$




in diese Situation fließt ein Strom

Elektron kann nicht mehr heraus

$\longrightarrow$ kein Strom




mit $Q_g$ angepasst fließt wieder Strom

( Coulomb - Blockade diamonds , Bild )