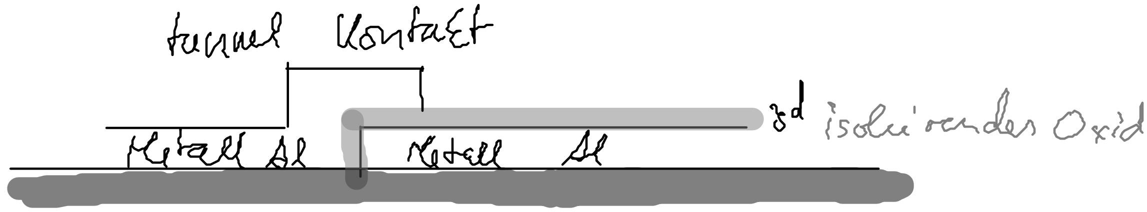
7 Einzelelektron-Effekte (single-electron effects)

7.1 Ladungsenergie

Energieskala



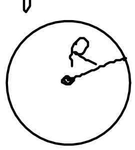
Fläche: $F = (30\,nm)^2 \ldots (100\,nm)^2 \ldots$

Kapazität: $C = \frac{\varepsilon F}{4\pi d}$ $[1F = 9 \cdot 10^{11}\,cm]$

Abstand: $d = 1\,nm$, $\varepsilon = 10$ (Al-Oxid)

$$C = \frac{10\,(10^{-5}\,cm)^2}{4\pi \cdot 10^{-7}\,cm} \approx 10^{-3}\,cm = 10^{-15}\,F$$

- Kapazität einer Kugel $C = R$, $R = 10\,nm \Rightarrow C \sim 10^{-6}\,cm = 10^{-18}\,F$



nach ∞

- Kapazität mit Ladung $Q \Rightarrow$ Energie $E = \frac{Q^2}{2C}$

kleinste Ladung $Q = e$ 1 Elektron

Ladungsenergieskala $\boxed{E_C = \frac{e^2}{2C}}$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$

- **Beisp.** $C = 10^{-15}\,F$ $\left[\frac{C}{F} = V\right]$

$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} e \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C}{10^{-15}\,F} = 10^{-4}\,eV = k_B T \Rightarrow T \approx 1\,K$

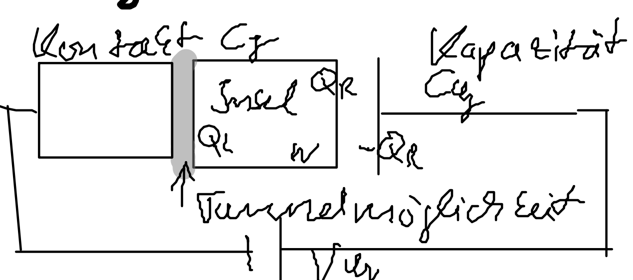
- bei diesem Beispiel gilt:

bei $T < 1\,K$ ist E_C eine wichtige Energie

bei $T \gg 1\,K$ spielt E_C keine Rolle

- Aber für $C = 10^{-18}\,F$ ist $E_C = 10^{-1}\,eV \Leftrightarrow T = 10^3\,K$

Single-electron box (Einzelelektronenschachtel)



Über den Kontakt können Elektronen tunneln. Als Ergebnis haben wir n Elektronen auf der Insel relativ zu Ladungsneutralem Zustand.

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

- Elektrostatische Energie des Systems

$$E_{ch} = \frac{(ne - C_g V_g)^2}{2(C_J + C_g)} = \frac{(ne - Q_g)^2}{2C}$$

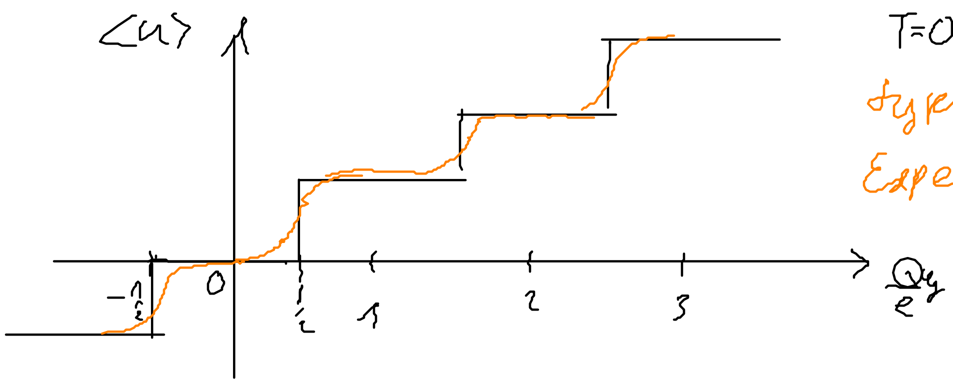
$$\boxed{Q_g = C_g V_g \,,\; C = C_J + C_g}$$

- Ladung auf der Insel $Q_{Insel} = Q_L - Q_R = ne$

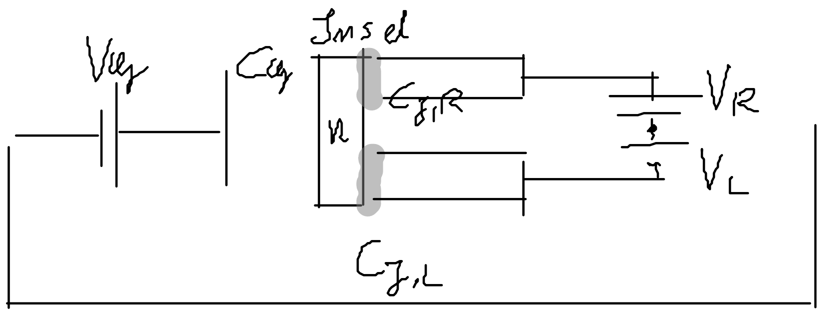
  Q_L und Q_R sind kontinuierlich

  Arbeit der Spannungsquelle: $-V_g Q_R$
- endliche Temperaturen

$$\langle n(Q_g)\rangle = \frac{1}{Z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n \cdot e^{-\frac{E_{ch}(n,Q_g)}{k_B T}}$$



Single-electron transistor (SET)



$$\boxed{\begin{aligned} Q_g &= C_g V_g + C_{JL} V_L + C_{JR} V_R \\ C &= C_g + C_{JL} + C_{JR} \end{aligned}}$$

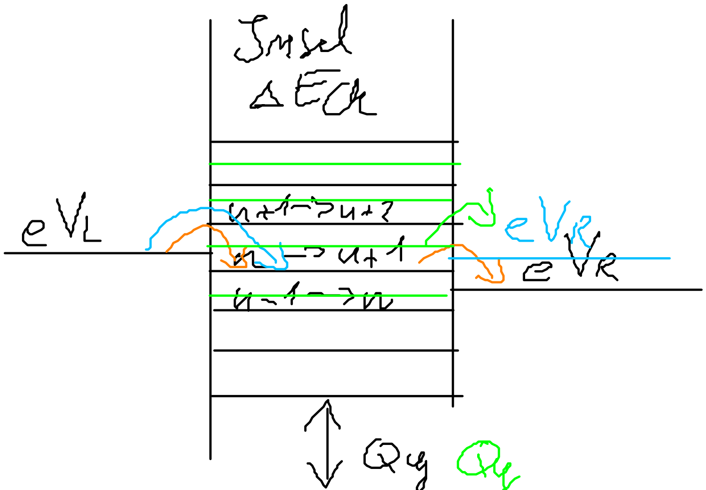
- Elektrostatische Energie $E_{ch}(n, Q_g) = \frac{(ne - Q_g)^2}{2C}$
- Energieunterschied, wenn ein Elektron tunnelt $n \to n+1$

$$\Delta E_{ch}(n \to n+1) = E_{ch}(n+1, Q_g) - E_{ch}(n, Q_g) = \left(n + \frac{1}{2} - \frac{Q_g}{e}\right)\frac{e^2}{C}$$

- Tunneln ist energetisch günstig

  für Elektronen von links, wenn $eV_L \geq \Delta E_{ch}(n \to n+1)$

  für Elektronen von rechts, wenn $\Delta E_{ch}(n+1 \to n) \geq eV_R$



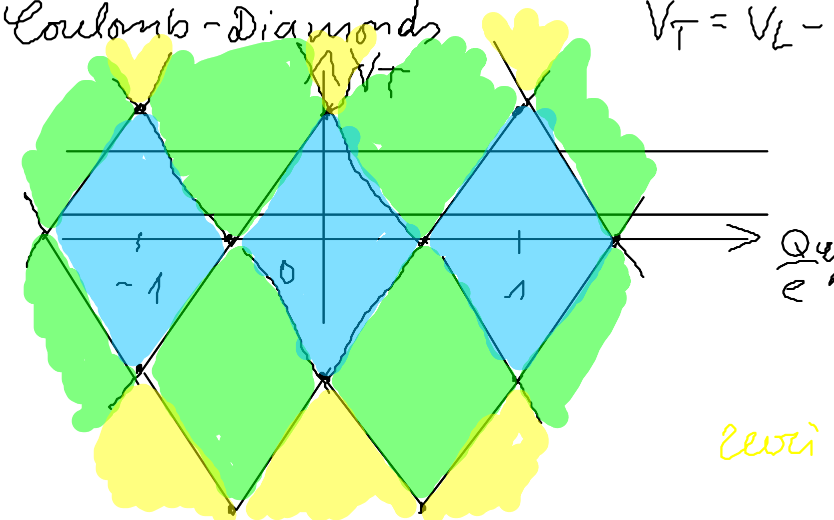
Strom kann fließen

kein Strom

Strom kann fließen

$\Rightarrow$ Coulomb-Diamonds

$V_T = V_L - V_R$



zwei Sprossen im Fenster

Coulombblockade: kein Strom, weil die Ladungsenergie nicht zur Verfügung steht

Transistor: bei kleinem $\Delta V_g \Rightarrow$ großes ΔI