

## P1-14 AUSWERTUNG VERSUCH GALVANOMETER

GRUPPE 19 - SASKIA MEISSNER, ARNOLD SEILER

### 1. VOREXPERIMENTE:

1.1. **Galvanometerausschlag.** Nimmt man die Anschlusskabel des Galvanometers in die Hände, schlägt das Galvanometer aus. Spannt man die Armmuskulatur an, bringt man es fast auf Vollausschlag.

Das Galvanometer ist also empfindlich genug, die von den Muskeln erzeugten Ströme sichtbar zu machen.

1.2. **Drahtdrehwiderstand.** Schließt man einen Drahtdrehwiderstand an das Galvanometer an und bewegt den Schleifer hin- und her, schlägt es leicht aus. Je schneller man dreht, desto stärker der Ausschlag.

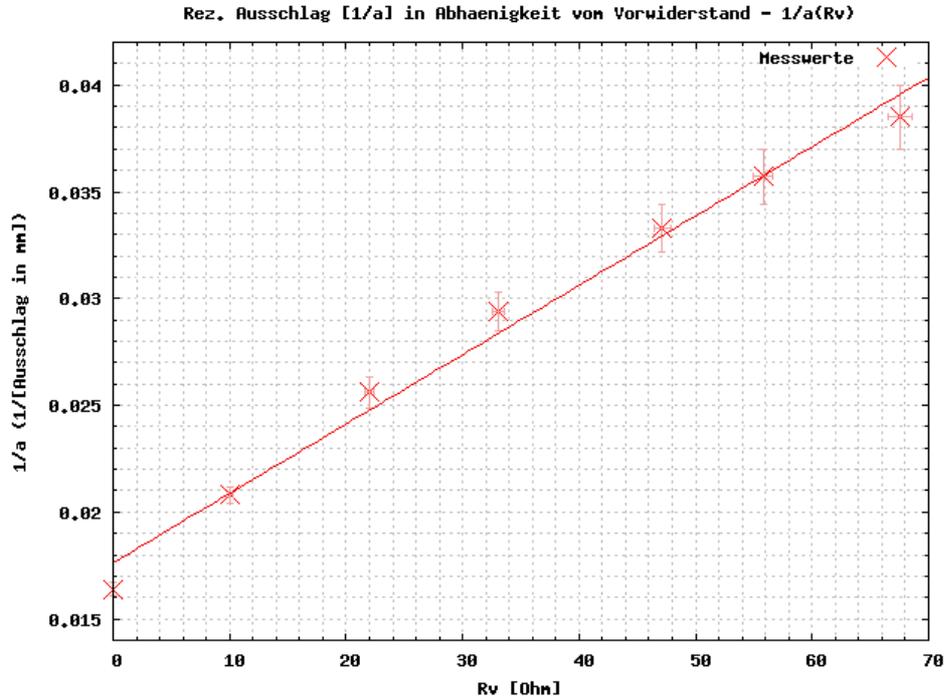
Durch das Drehen führt man Energie zu, wodurch an der Kontaktstelle des Schleifers Elektronen gelöst werden, die zu einem Strom führen.

1.3. **Ruhestellung und angeschlossener Drahtdrehwiderstand.** Hier war keine Veränderung zu beobachten.

### 2. INNENWIDERSTAND UND STATISCHE STROMEMPFINDLICHKEIT

- Formeln für die Fehlerrechnung und die Lineare Regression (least square fit):
  - Steigung einer Ausgleichsgeraden:
$$m = \frac{N \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\Delta}, \text{ mit } \Delta = N \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2.$$
  - Fehler der Steigung:
$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma_y^2}{\Delta} \cdot N, \text{ mit der Anzahl der Messpunkte } N$$
und  $\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \cdot \sum (y_i - c - m \cdot x_i)^2.$
  - y-Achsenabschnitt:
$$c = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{\Delta}$$
  - Fehler von c:
$$\sigma_c = \frac{\sigma_y^2}{\Delta} \cdot \sum x_i^2$$
- Allgemeine Fehlerfortpflanzung (Gaußsche Fehlerfortpflanzung):
  - mit  $a(x_1, x_2, x_3, \dots)$  ist der Fehler von a:
$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \sigma_{x_2}^2 + \dots}$$

2.1. **Messung 1.** Wir messen den Ausschlag des Galvanometers  $\alpha$  in Abhängigkeit von Vorwiderstand  $R$ .



$$\text{Ausgleichsgerade: } \frac{1}{\alpha} = 3,25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm} \cdot \Omega} \cdot R_v + 176,12 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}}$$

Systematische Fehler von  $b = \frac{1}{a}$ ,  $\sigma_b = \sqrt{\sigma_a^2 \cdot \left(\frac{\partial b}{\partial a}\right)^2} = \sqrt{\sigma_a^2 \cdot \left(-\frac{1}{a^2}\right)^2} = \frac{\sigma_a}{a^2}$ ,  
( $\sigma_b$  ist eingezeichnet,  $a$  ist der Ausschlag  $\alpha$ ).

2.1.1. *Galvanometer-Innenwiderstand  $R_G$  mit Vorwiderstand.* Aus der Proportionalität zwischen Ausschlag  $\alpha$  und dem Strom  $I$  durch das Galvanometer ergibt sich für für obige Ausgleichsgerade:

$\frac{1}{\alpha} = \left(K \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4 \cdot U_0}\right) \cdot R_v + R_G \cdot K \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4 \cdot U_0}$  (mit  $K$  als Proportionalitätskonstante). Vergleich mit der allgemeinen Form einer Geraden  $y(x) = m \cdot x + c$  zeigt, dass sich der Innenwiderstand des  $R_G$  des Galvanometers aus den Parametern der Ausgleichsgerade ergibt:

$$R_G = \frac{c}{m} = \frac{176,12 \frac{\Omega}{V}}{3,25 \frac{1}{V}} = 54 \Omega$$

Aus der Standardabweichung der Geradensteigung von  $\sigma_m = 0,16 \cdot 10^{-4}$  und dem Schätzfehler von  $c$   $\sigma_c = 6,58 \cdot 10^{-4}$  ergibt sich der Fehler von  $R_G$  als:

$$\begin{aligned} \sigma_{R_G} &= \sqrt{\sigma_m^2 \cdot \left(\frac{\partial R_G}{\partial m}\right)^2 + \sigma_c^2 \cdot \left(\frac{\partial R_G}{\partial c}\right)^2} = \sqrt{\sigma_m^2 \cdot \left(-\frac{c}{m^2}\right)^2 + \sigma_c^2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2} \\ &= 3 \Omega \end{aligned}$$

Somit ist  $R_G = (54 \pm 3) \Omega$ . Der Wert enthält aufgrund der Ausgleichsgeraden nur einen statistischen Fehler.

Der Wert weicht stark vom angegebenen Wert und vom in 2.2 berechneten Wert ab. Möglicherweise kommt es daher, dass das Galvanometer bei dieser Messung noch nicht „warmgelaufen“ ist. Die starke Nullpunktverschiebung während dieser Messung deutet ebenfalls darauf hin.

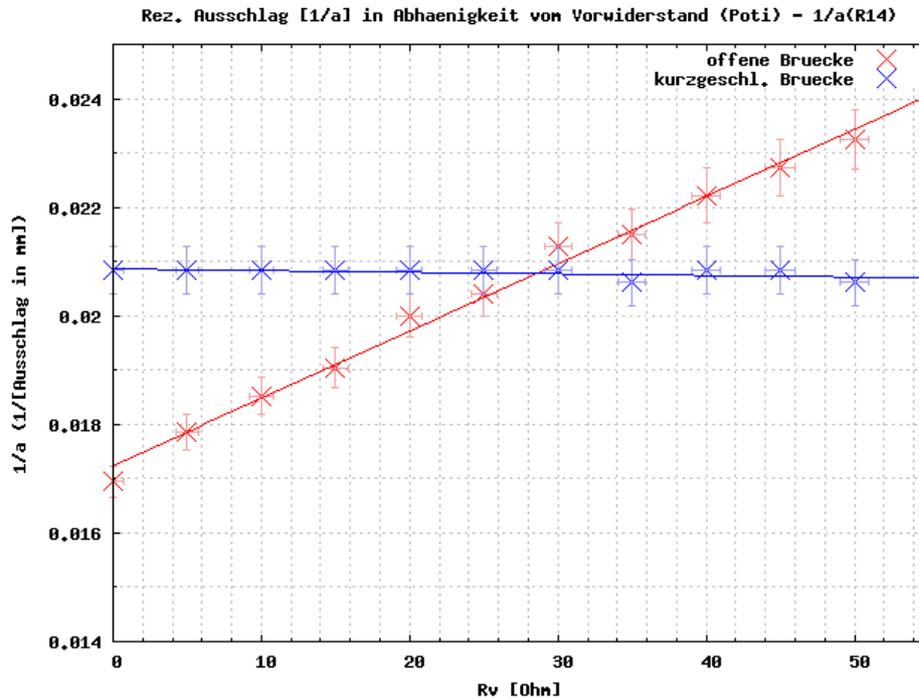
2.1.2. *Statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  - 1. Möglichkeit.* Im eingeschwungenen Fall ist der Ausschlag  $\alpha$  proportional zum Strom  $I$  durch das Galvanometer. Die Proportionalitätskonstante ist die statische Stromempfindlichkeit.

Aus der Steigung der Geraden lässt sich  $C_I$  ermitteln, da  $K = \frac{1}{C_I}$ .

$$C_I = \frac{\left(\frac{R_3+R_4}{U_0 \cdot R_4}\right)}{m} = \frac{R_G \left(\frac{R_3+R_4}{U_0 \cdot R_4}\right)}{c} = 70 \cdot 10^6 \frac{mm}{A}$$

2.2. **Galvanometer-Innenwiderstand mit Messbrücke.** Nun regeln wir das in Reihe geschaltete Poti  $R_{14}$  und messen den Ausschlag des Galvanometers  $\alpha$ .

Da einmal mit kurzgeschlossener Brücke und einmal ohne Brücke gemessen wird, ergeben sich zwei Ausgleichsgeraden:



*Ausgleichsgerade bei offener Brücke:*

$$\frac{1}{\alpha_1} = -0,03 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega mm} \cdot R_v + 208,63 \cdot 10^{-4} \frac{1}{mm}$$

*Ausgleichsgerade bei geschlossener Brücke:*

$$\frac{1}{\alpha_2} = 1,24 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega mm} \cdot R_v + 172,37 \cdot 10^{-4} \frac{1}{mm}$$

*Bei geschlossener Brücke hängt der Strom, der durch das Galvanometer fließt, nur vernachlässigbar von  $R_{14}$  ab, die minimale Steigung ist vermutlich durch die Nullpunktverschiebung des Galvanometers verursacht. Nach der Messung war dieser um 2mm verschoben (d.h. die abgelesenen Werte waren 2mm größer als die tatsächlichen Werte).*

Der Innenwiderstand ergibt sich aufgrund der Schaltung als der Schnittpunkt der beiden Ausgleichsgeraden.

Am Schnittpunkt sind beide Schaltungen äquivalent, es fließt kein Strom durch die Brücke. Dies entspricht einer ausgeglichenen Wheatstoneschen Brückenschaltung.

So findet man durch gleichsetzen der Ausgleichsgeraden für  $R_G$ :

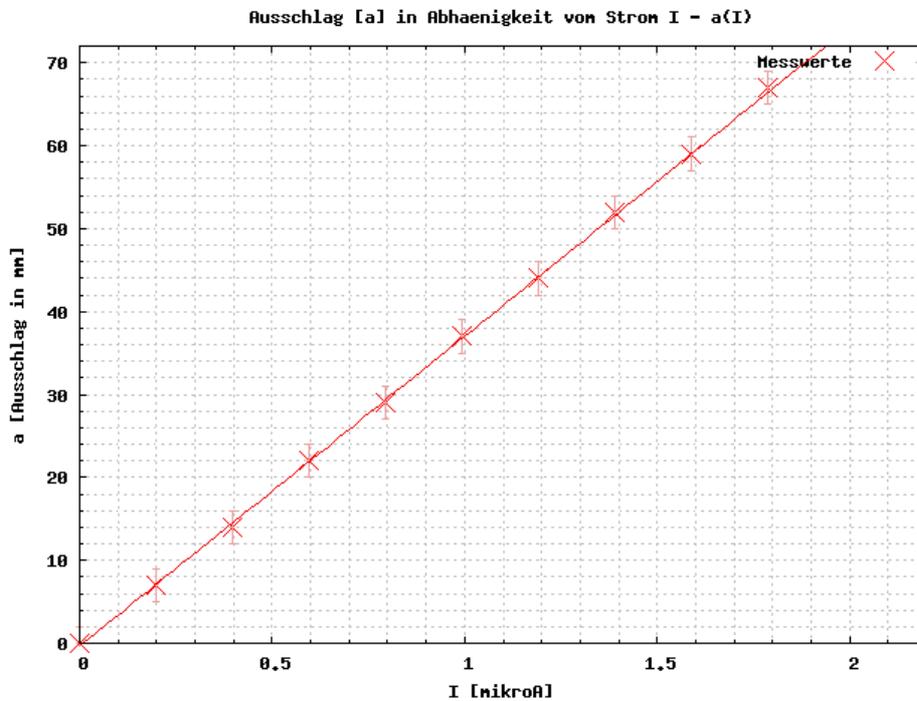
$$R_G = -\frac{c_2 - c_1}{m_2 - m_1} = -\frac{172,37 - 208,63}{1,24 - (-0,03)} \Omega = 28,6 \Omega$$

mit einem Fehler von:

$$\sigma_{R_G} = \sqrt{(\sigma_{c_2} + \sigma_{c_1})^2 \cdot \left(\frac{1}{m_2 - m_1}\right)^2 + (\sigma_{m_2} - \sigma_{m_1})^2 \cdot \left(\frac{c_2 - c_1}{(m_2 - m_1)^2}\right)^2} = 0,5\Omega$$

Der Innenwiderstand des Galvanometers ist also  $R_G = (28,6 \pm 0,5)\Omega$ . Diese Messung liefert ein wesentlich präziseres Ergebnis als die erste Messung.

**2.3. Statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  - 2. Möglichkeit.** Durch regeln der Spannung steuern wir den Strom  $I$  durch das Galvanometer und messen den Ausschlag  $\alpha$ .



*Ausgleichsgerade:*  $\alpha = 37,32 \frac{mm}{\mu A} \cdot I - 0,3mm$

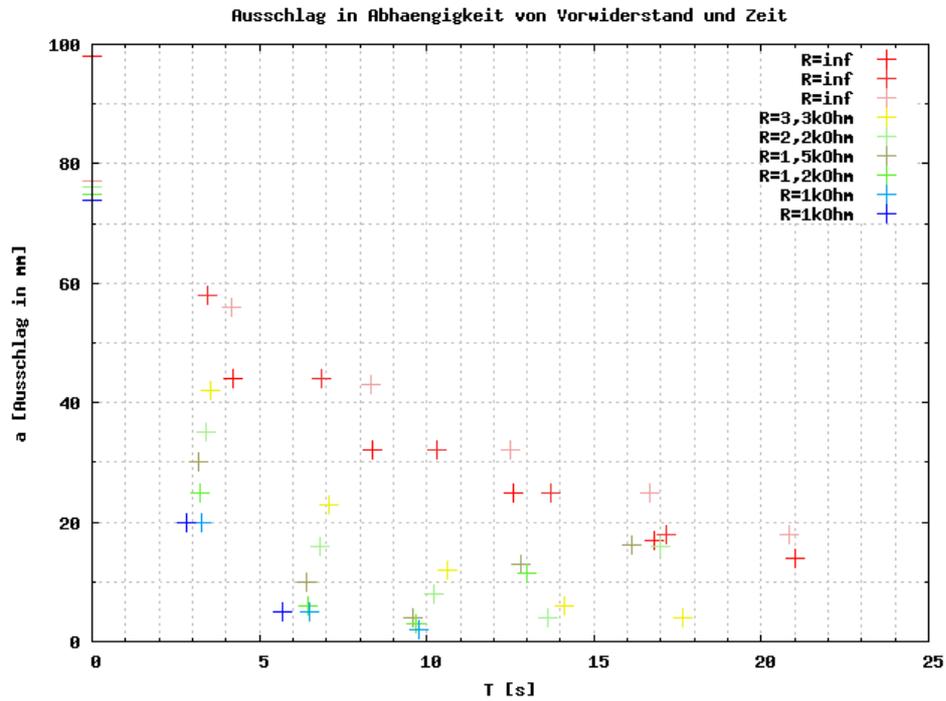
Die statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  ist somit  $37,32 \cdot 10^6 \frac{mm}{A}$ .

Der Fehler entspricht der Standardabweichung der Geradensteigung:  $\sigma_{C_I} = 0,2 \cdot 10^6 \frac{mm}{A}$ .

Diese Messung ergibt mit  $C_I = (37,3 \pm 0,2) \cdot 10^6 \frac{mm}{A}$  wieder einen wesentlich genaueren Wert als die Messung in 2.3. Der Wert stimmt auch recht gut mit dem angegebenen Wert von  $C_I = 25 \cdot 10^6 \frac{mm}{A}$  überein.

### 3. DÄMPFUNGSVERHÄLTNIS UND KENNGRÖSSEN

Wir messen mit verschiedenen Vorwiderständen  $R_a$  das Dämpfungsverhältnis  $\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$  und die Periodendauer  $T$  einer Schwingung.



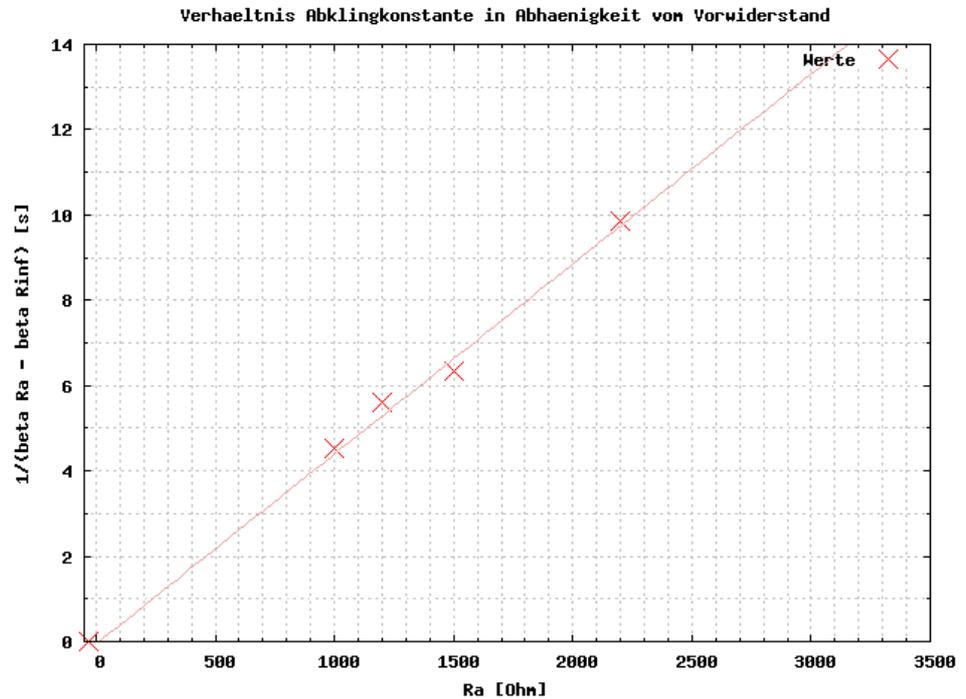
Die Grafik zeigt die Dämpfung des Maximalausschlags bei verschiedenen Außenwiderständen  $R_a$ .

- Die Abklingkonstante  $\beta_{R_a}$  errechnet sich aus dem Verhältnis der Maximalausschläge  $\alpha_K = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$  und der Periodendauer  $T$ .

$$-\beta_{R_a} = \frac{\ln(\alpha_K)}{T} :$$

$R_a$ in $k\Omega$	$\infty$	3,3	2,2	1,5	1,2	1
Mittelwert $\beta_{R_a}$ [in $\frac{1}{s}$ ]	0,08	0,17	0,22	0,31	0,33	0,41
Standardabweichung $\sigma_\beta$	0,03	0,03	0,01	0,03	0,11	0,08

- Folgende Grafik zeigt das Verhältnis zwischen  $\beta_\infty$  und  $\beta_{R_a}$  über dem Dämpfungswiderstand  $R_a$ . Der zusätzliche Punkt  $(-R_G, 0)$  wäre der Außenwiderstand (eben  $-R_G$ ), bei dem das Galvanometer ewig schwingen würde.



- 
- *Ausgleichsgerade:*  $(\beta_{R_a} - \beta_{\infty})^{-1} = 0,45 \cdot 10^{-2} \frac{s}{\Omega} \cdot R_a + 5,7 \cdot 10^{-2} s$ .
- Der Achsenabschnitt hat einen Schätzfehler von  $17 \cdot 10^{-2} s$  - diese Ungenauigkeit könnte erklären, warum der Wert so klein ist.
- Die Kreisfrequenz des ungedämpften Galvanometers:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_{\infty}}\right)^2 + \beta_{\infty}^2} = 1,39 Hz$$

- Der Außenwiderstand  $R_{a,gr}$  für die Grenzdämpfung:
  - Gesucht ist der Außenwiderstand  $R_a$ , für den  $(\omega_0 - \beta_{\infty})^{-1} = 0,45 \cdot 10^{-2} \frac{s}{\Omega} \cdot R_a + 5,7 \cdot 10^{-2} s$  ist.

$$R_{a,gr} = \frac{1 - 5,7 \cdot 10^{-2} s \cdot (\omega_0 - \beta_{\infty})}{0,45 \cdot 10^{-2} \frac{s}{\Omega} \cdot (\omega_0 - \beta_{\infty})} = 157 \Omega$$

- Galvanometer-Kenngrößen  $G$ ,  $\Theta$ ,  $D$ :
  - Zunächst benötigt man  $C_{I,rad}$  in  $\frac{rad}{A}$  - man muss  $C_I$  aus 2.3 Umrechnen:  $C_{I,rad} = C_I \cdot \frac{1}{2r}$  (Abstand Drehspiegel-Skala  $r = 250 mm$ ). Da der Winkel beim Ausschlag wegen des Spiegels doppelt so groß ist, wie der Drehwinkel, benötigt man den Faktor 2 in der Gleichung.
  - Trägheitsmoment  $\Theta = \frac{2}{C_{I,rad}^2 \cdot m \cdot \omega_0^4} = 2,13 \cdot 10^{-8} kg \cdot m^2$
  - Galvanometerkonstante  $G = \frac{2}{C_{I,rad} \cdot m \cdot \omega_0^2} = 3,10 \cdot 10^{-3} Vs$
  - Rückstellkonstante  $D = \frac{2}{C_{I,rad}^2 \cdot m \cdot \omega_0^2} = 4,15 \cdot 10^{-8} \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

#### 4. BALLISTISCHES GALVANOMETER

Nun wird das Galvanometer nicht mehr zur Messung eines konstanten Stroms, sondern zur Messung kurzer Stromstöße benutzt.

Ziel ist es, die für Messungen notwendigen Kenngrößen zu bestimmen.

#### 4.1. Ballistische Empfindlichkeit.

##### 4.1.1. Experimentelle Bestimmung der Stromstoßempfindlichkeit.

- bei minimaler Dämpfung. Außenwiderstand  $R_a = \infty$ 
  - $C_{b,\infty} = \frac{\alpha_{max}}{Q_G} = \frac{94,5mm}{1,84 \cdot 10^{-6}C} = 51 \cdot 10^6 \frac{mm}{C}$  bzw.  $10,3 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$
- nahe der Grenzdämpfung:
  - Da  $R_a < \infty$ , fließt nicht mehr der ganze Strom über das Galvanometer ab, daher der Vorfaktor:
    - $C_{b,999\Omega} = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha_{max}}{Q_G} = \frac{999\Omega + 30\Omega}{999\Omega} \cdot \frac{75mm}{1,84 \cdot 10^{-6}C} = 42 \cdot 10^6 \frac{mm}{C}$  bzw.  $8,4 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$
    - $C_{b,332\Omega} = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha_{max}}{Q_G} = \frac{332\Omega + 30\Omega}{332\Omega} \cdot \frac{51mm}{1,84 \cdot 10^{-6}C} = 30 \cdot 10^6 \frac{mm}{C}$  bzw.  $6,0 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$
- im Kriechfall - „Fluxmetrische Empfindlichkeit“:
  - $C_{b,33\Omega} = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha_{max}}{Q_G} = \frac{33\Omega + 30\Omega}{33\Omega} \cdot \frac{9mm}{1,84 \cdot 10^{-6}C} = 9,3 \cdot 10^6 \frac{mm}{C}$  bzw.  $1,7 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$

##### 4.1.2. Theoretische Bestimmung der Stromstoßempfindlichkeit.

- bei minimaler Dämpfung:
  - $C_{b,\infty} = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0} = 10,4 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$
- nahe der Grenzdämpfung:
  - $C_{b,Rgrenz} = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e} = 3,8 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$
- im Kriechfall - „Fluxmetrische Empfindlichkeit“:
  - $C_{b,\infty} = \frac{R_G - R_a}{G} = 2,0 \cdot 10^4 \frac{rad}{C}$

Die Werte nahe der Grenzdämpfung weichen mit über 100% stark ab, während bei den Werten für minimale und starke Dämpfung die Abweichungen unter 10 % bleiben.

4.1.3. Abhängigkeit der Stromstoßempfindlichkeit von der Stoßdauer. Die Messwerte [siehe Messprotokoll] lassen erkennen, dass die Ausschläge mit größer werdendem Vorwiderstand  $R_{17}$  abnehmen. Die Stromstoßempfindlichkeit kann daher nicht unabhängig vom Vorwiderstand sein.

Da der Vorwiderstand sich nur auf die Entladezeit des Kondensators, die als  $T_Q = 3 \cdot R_{17} \cdot C$  angenommen wurde, auswirkt, muss diese möglichst klein bleiben.

Bei obiger Messung war  $T_Q = 3 \cdot 28k\Omega \cdot 5,52\mu F = 0,46s \ll 4,51s = T$ .