P1-20 AUSWERTUNG VERSUCH PENDEL

GRUPPE 19 - SASKIA MEISSNER, ARNOLD SEILER

1. Reversionspendel

1.1. Reduzierte Pendellänge des Stabpendels. Die reduzierte Pendellänge l_r eines Stabpendels der Länge l ist $l_r = \frac{2}{3}l$.

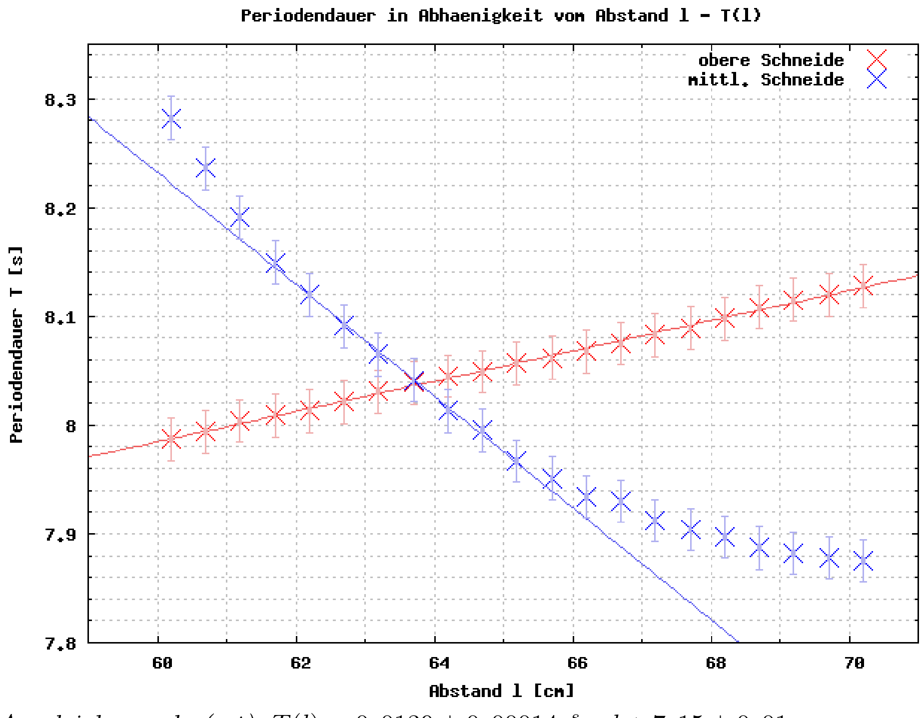
Eine Masseänderung im Abstand l_r vom Drehpunkt ändert nichts an der Schwingungsdauer (siehe Vorbereitung).

1.2. Bestimmen der Fallbeschleunigung. Das Pendel wird bei verschiedenen Schneidenabständen erst um die eine, dann um die andere Schneide schwingen gelassen.

Die gemessenen Schwingungsdauern enthalten einen systematischen, messzeitunabhängigen Fehler, der korrigiert werden kann.

Stoppt man 0 Perioden, sollte die Stoppuhr 0s messen - der Nullpunkt ist jedoch verschoben. Daher messen wir bei gleicher Periodendauer die Zeit über unterschiedlich viele Perioden - was man durch eine Ursprungsgerade beschreiben kann. Diese „Drift“ des Nullpunktes zieht man nun von den einzelnen Messpunkten ab. Die Drift betrug gerade $(0,023 \pm 0,004)s$.

Das folgende Diagramm zeigt die korrigierten Schwingungsdauern in Abhängigkeit von dem Abstand zwischen den Schneiden.



Ausgleichsgerade (rot): $T(l) = 0,0139 \pm 0,00014\frac{s}{cm} \cdot l + 7,15 \pm 0,01s$,
Ausgleichsgerade (blau): $T(l) = -0,051 \pm 0,0010\frac{s}{cm} \cdot l + 11,30 \pm 0,07s$.

Die Grafik zeigt die Periodendauer der Schwingung um die Schneide am Ende (rot) und um die Schneide in der Mitte (blau).

Die blaue Ausgleichsgerade ist nur für die Messpunkte in der Nähe des Schnittpunktes (±4 Messpunkte), da der Zusammenhang insgesamt offensichtlich nicht linear ist.

Der Schnittpunkt der beiden Messreihen ergibt die reduzierte Pendellänge:

$$l_r = \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} = (64 \pm 1,1)cm$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem berechneten von $l_r = \frac{2}{3}l = (64,13 \pm 0,02)cm$ überein.

An diesem Punkt ist die Schwingungsdauer um beide Schneiden gleich lang, d.h. dieser Abstand ist gerade die reduzierte Pendellänge, mit der sich die Fallbeschleunigung g berechnen lässt:

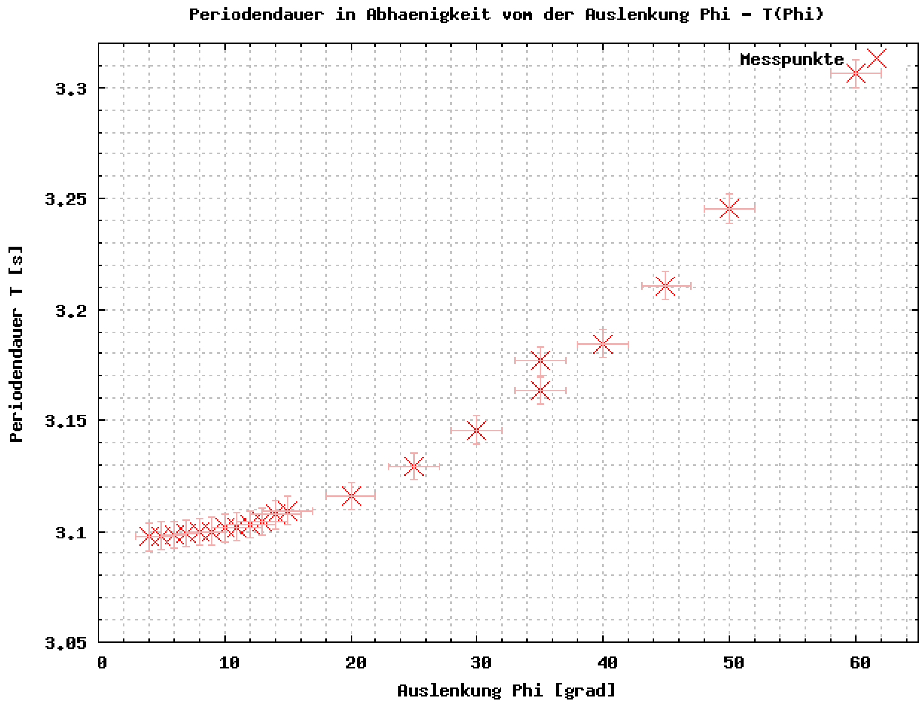
$$g = 4 \cdot \pi^2 \frac{l_r}{T^2} = 9,7\frac{m}{s^2}$$

Der Fehler ist mit $\sigma_g = 0,18\frac{m}{s^2}$ recht groß, da auch der Fehler des Schnittpunkts groß ist. Die so bestimmte Gravitation $g = (9,7 \pm 0,18)\frac{m}{s^2}$ stimmt mit dem Literaturwert $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ überein.

2. Fadenpendel

2.1. Große Auslenkungen. Nun lassen wir ein Fadenpendel, das sich mithilfe eins mathematischen Pendels beschreiben lässt, bei verschiedenen Auslenkungen schwingen gelassen.

Das folgende Diagramm zeigt die Schwingungsdauern in Abhängigkeit von der Auslenkung. Gemessen wurde fortlaufend, d.h. das Pendel wurde bei großer Auslenkung schwingen gelassen, die Periodendauern wurden dann bei erreichen des gewünschten Ausschlags gemessen.



Erkennbar ist der systematische Fehler der Sinus-Näherung, die bei großem Ausschlag stärker ins Gewicht fällt. (Für $\phi \leq 10°$ ist der Fehler $\leq 3,6\%$).

Für größere Amplituden kann man den Sinus daher nicht mehr einfach durch sein Argument nähern. Man muss die DGL des Oszillators entwickeln, um eine bessere Näherung zu erhalten. Die Entwicklung der Periodendauer bis zum vierten Glied lautet: $T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + \frac{9}{64} sin^4\left(\frac{\phi}{2}\right)\right)$.

2.2. **Bestimmung der Fallbeschleunigung.** Für kleine Auslenkungen lässt sich aus der Messung in 2.1 die Fallbeschleunigung berechnen. Aus dem Mittelwert der Periodendauer für kleine Ausschläge ($\phi \leq 10°$) ergibt sich $g = 9,82 \frac{m}{s^2}$.

3. Überlagerung

3.1. **Einstellen der Schwingungsdauer.** Die beiden Pendel werden durch verschieben der Scheiben auf die gleiche Schwingungsdauer eingestellt. Überprüfen lässt sich dies dadruch, dass man entweder die Schwingungsdauern mit einer Stoppuhr misst oder indem man beide Pendel in Phase schwingen lässt. Bleiben sie über längere Zeit in Phase, so sind auch die Schwingungsdauern gleich. Wir haben die Pendel auf eine Periodendauer $T = 1,78s$ eingestellt.

3.2. **Koppeln der Pendel.** Nun werden die beiden Pendel durch eine Feder aneinander gekoppelt. Zunächst betrachtet man die beiden Fundamentalschwingungen, bei denen keine Schwebung auftritt. Bei Schwingung in Phase sollte die Schwingungsdauer sich bei veränderter Kopplungslänge nicht verändern. Allerdings haben wir bei einer Kopplungslänge von $l_k = 30cm$ eine mittlere Periodendauer von $T_{gl} = 1,82s$ gemessen, bei $l_k = 21,5cm$ jedoch $T_{gl} = 1,78s$. Der erste Wert fällt hier aus dem Rahmen, was wohl auf das ungenaue Messverfahren - mit der Stoppuhr - zurückzuführen ist. Bei Gegenphasiger Schwingung ergab sich für $l_k = 30cm$ die mittlere Periodendauer $T_{gg} = 1,54s$, für $l_k = 21,5cm$ die Periodendauer $T_{gg} = 1,61s$. Dies bestätigt die Erwartung, dass die Periodendauer sich bei gegenphasiger Schwingung ändert, bei gleichphasiger Schwingung jedoch auch gleich bleibt.

Nun kann man noch folgende Werte berechnen:

Theoretisch ergibt sich $\omega_0^2 = \frac{m \cdot g \cdot l_r}{I} = 13,59 \frac{1}{s^2}$, experimentell $\omega_0^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{T_{gl}^2} = 12,91 \frac{1}{s^2}$. Für die gewählten Messmethoden liegen die Werte recht nahe beieinander.

Theoretisch ist für $l_k = 21,5cm$ $\Omega^2 = \frac{D \cdot l_k^2}{I} = 1,0 \frac{1}{s^2}$, experimentell jedoch $\Omega^2 = \frac{1}{2} \cdot (\omega_{gg}^2 - \omega_0^2) = 1,5 \frac{1}{s^2}$.

Für $l_k = 30cm$ ist theoretisch $\Omega^2 = 1,9 \frac{1}{s^2}$, experimentell $\Omega^2 = 2,2 \frac{1}{s^2}$. Diese Werte weichen sehr stark von einander ab.

Für das Trägheitsmoment teilt man das Pendel in den Schaft und die Pendelscheibe auf: $I = I_{Schaft} + I_{Scheibe}$.

- Schaft: $I_{Schaft} = \frac{1}{3} m_{Schaft} \cdot l_{Schaft}^2 = 0,31 \cdot kg \cdot m^2$
- Scheibe: $I_{Scheibe} = m_{Scheibe} \cdot l_{Scheibe}^2 = 0,81 \cdot kg \cdot m^2$

Das Trägheitsmoment ist somit $I = 1,12 \cdot kg \cdot m^2$.

Experimentell ergibt sich das Trägheitsmoment aus $I = \frac{m \cdot g \cdot l_r}{\omega_0^2} = 0,69 \cdot kg \cdot m^2$. Diese Abweichung ist so groß, dass sie sich nicht mehr alleine auf Messfehler zurückführen lässt. Möglicherweiße liegt ein Fehler in den Überlegungen zur Berechnung oder ein Rechenfehler vor.

Für die Federkonstante ergibt sich theoretisch als $D = \frac{\Omega^2 \cdot I}{l_k^2} = 14 \frac{N}{m}$ für $l_k = 30cm$ bzw. $5 \frac{N}{m}$ für $l_k = 21,5cm$. Dieser Wert sollte jedoch konstant sein.

Weiter wurde dir Federkonstante mit einer statischen und einer dynamischen Methode bestimmt.

- statisch: Man hängt ein Gewicht an die Feder und misst die Auslenkung. Es ergibt sich $D = \frac{F}{s} = 23,8\frac{N}{m}$.
- dynamisch: Man hängt ein Gewicht an die Feder und lässt diese Schwingen. Es ergibt sich $D = \frac{4 \cdot \pi^2 m}{T^2} = 24,5\frac{N}{m}$.

Der Mittelwert ist $D = 24,2\frac{N}{m}$, was die Annahme, dass bei obigen Rechnungen ein Fehler vorliegt, bekräftigt.

3.3. **Schingungsdauer und Schwebungsdauer.** Nun messen wir die Schwingungsdauer und die Schwebungsdauer für eine Schwingung mit Schwebung.

Die Schwingungsdauer betrug $T_{osz} = 1,61s$, die Schwebungsdauer $T_{mod} = 21,3s$.

Aus den Schwingungsdauern der Fundamentalschwingungen lassen sich diese Werte ebenfalls berechnen:

$T_{mod} = 2 \cdot \left(\frac{1}{T_{gg}} - \frac{1}{T_{gl}}\right)^{-1} = 33s$ und $T_{osz} = 2 \cdot \left(\frac{1}{T_{gl}} + \frac{1}{T_{gg}}\right)^{-1} = 1,69s$.

Die Periodendauern der Schwingung stimmen gut überein, die Dauer der Schwebung weicht wesentlich stärker ab. Bei der Schwebung ist es jedoch auch recht schwer, beim Stoppen den genauen Nulldurchgang abzuschätzen, was zu einem größeren Messfehler führt.