

P2-83: Gamma-Spektroskopie und Statistik

Vorbereitung

Saskia Meißner, Ingrid Seiber

Gamma Strahlung

γ -Strahlung ist eine elektromagnetische Strahlung, die beim Zerfall von Atomkernen radioaktiver Nucleide entsteht. Allgemeiner sind dies γ -Quanten oder Photonen. Die Energie E_γ γ -Quanten liegt in etwa zwischen 200keV und 2000keV.

0. Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

0.1 Photoeffekt (E_γ klein)

Die Energie des γ -Quantums wird von einem Elektron absorbiert. Ist die Energie, die das Elektron erhält groß genug, so schlägt es das Atom. Daraus folgt die Ionisierung von Atomen durch γ -Quanten. Ist die Energie größer als die zu überwindende Bindungsenergie, erhält sie das e^- als kinetische Energie.

$$E_{kin} = h\nu - W_A$$

$h\nu$: Energie des Photon

W_A : Austrittsarbeit (Materialabh.)

0.2 Compton-Effekt (E_γ mittel)

Das γ -Quantum wird an einem freien e^- gestreut. Der Stoß verläuft elastisch, deshalb wird die Wellenlänge des γ -Quantums größer. Es gilt die Compton-Formel:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_{e_0} c^2} (1 - \cos\theta)$$

θ : Streuwinkel

m_{e_0} : Elektronenruhmasse

0.3 Paarkildung ($E_\gamma \geq 1,02$)

Wenn ein γ -Quantum sehr große Energie ($\geq 1,02 \text{ MeV} = 2 \cdot E_{\text{Elektron}}$) hat, was der doppelten Ruheenergie eines Elektrons entspricht, kann es ein Positron und ein Elektron bilden.

Es gilt Impulsenergieerhaltung $\Rightarrow e^+$ und e^- fliegen auseinander.

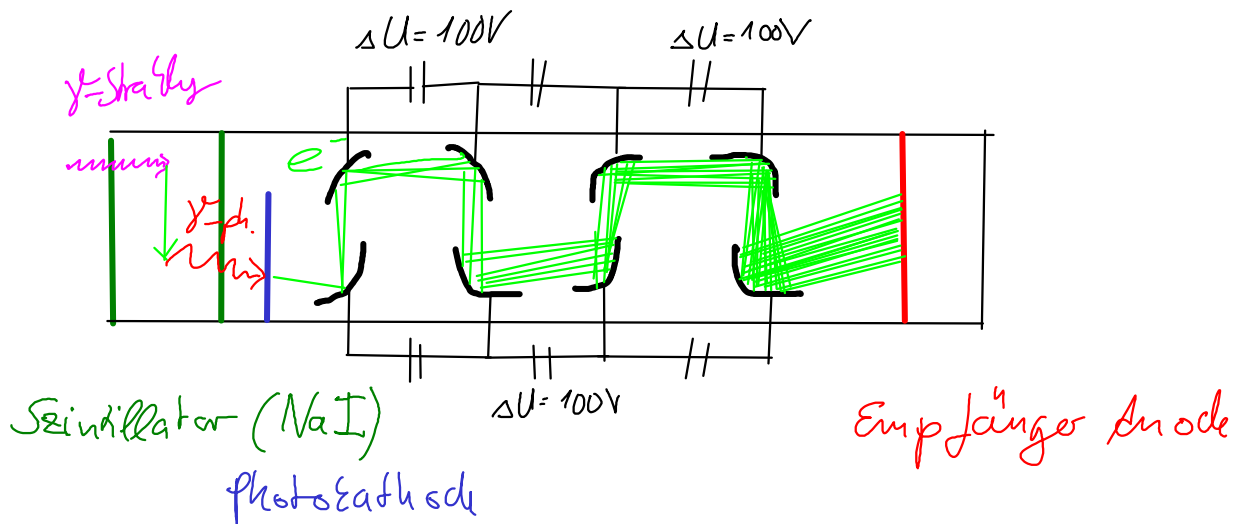
Trifft das e^+ wieder auf e^- (z.B. aus Festkörper), so entstehen wieder je zwei γ -Quanten mit je ca. 511 keV .

0.4 Szintillator (Jensen, Hader) $\hat{=}$ Lichtanregung

Trifft Strahlung auf einen Kristall (Szintillator) wird dieser zum Leuchten angeregt, wenn der Photoeffekt auftritt.

Ein γ -Quant wird von einem Elektron im Kristall absorbiert. Das freie Elektron regt die Atome im Kristall auf verschiedene Niveaus an. Diese Atome senden ihrem Niveau entsprechendes Licht aus. Das Licht gelangt zur Kathode im Photomultiplier und löst dort Photoelektronen aus.

Je höher die Energie des ursprünglichen γ -Quantums ist, um so mehr Photonen entstehen im Kristall. Daraus resultieren mehr Photoelektronen, die im Photomultiplier beschleunigt werden und ihr Vielfaches (durch Aufprall auf die Dynoden werden weitere e^- ausgelöst u. beschl.).



Der Szintillationskristall ist notwendig, um fest zu stellen wie viel Energie ein γ -Quant hat, um nicht einfach nur die Anzahl von Ereignissen zu messen. Schon im Kristall wird die hochenergetische Strahlung in mehr Photonen umgewandelt, die dann auf die Photo Kathode treffen. Diese Zusammenhang ist linear, doppelt so viel Energie \Rightarrow doppelt so viel Ereignisse.

0.5 Spektrum (Impuls Höhen spektrum)

Ein Spektrum ist hier die Anzahl von Ereignissen in einem bestimmten Energieintervall über den entsprechenden Energie der Strahlung aufgetragen.

0.6 „Forts“ im Spektrum

Photo-Peak:

Durch den Photoeffekt ist eine scharfe Linie bei dieser E_γ der γ -Quanten zu erwarten. Dieses γ -Quant schlägt ein Elektronen im Szintillationskristall heraus. Das e^- hat aber nur noch die Energie $E_\gamma - E_b$ (Bindungsenergie $\ll E_\gamma$) Außerdem kann bei sehr hoch. energetischen γ -Quanten vorher der Compton Effekt auftreten und die E_γ reicht noch für den Photoeffekt.

Somit wird der Photopeak unscharf.

Satelliten-Peak:

Wenn ein Röntgenquant ($\hat{=}$ niedrige E_γ) durch inverse Konversion entsteht, verlässt dieser γ -Quant die Quelle ohne weitere Wechselwirkungen. Im Spektrum ist dieser Peak bei dieser E_γ nicht bar.

Compton-Kante:

Tritt der Compton Effekt auf erhält das e^- eine Energie in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ . Treten weitere Effekte auf, sodass die E_γ vollständig absorbiert wird erscheint bei dieser E_γ ebenfalls ein Peak. Finden keine weiteren Wechselwirkungen statt verteilt sich die übertragene Energie von 0 bis zu E_{max} (max Energie beim Comptoneffekt). Bei E_{max} erscheint im Spektrum die Compton-Kante.

Rückstrahl-Peak:

Beim Compton-Effekt tritt sehr häufig eine Rückstreuung unter einem Winkel von 180° auf. Unterhalb der Compton-Kante erscheint somit ein Rückstrahl-Peak. Diese rückgestreuten Compton-Photonen können weitere e^- durch den Photoeffekt auslösen, die auch zum Rückstrahl-Peak beitragen.

Escape-Peaks:

γ -Quanten mit sehr hoher Energie werden durch Paarbildung entweder in zwei γ -Quanten mit E_γ die zum Photopeak beitragen, oder es entweicht eines dieser beiden γ -Quanten, oder beide. Somit entstehen zwei weitere Peaks im Spektrum.

1.1 Impulshöhenspektrum von Cs-137

- Einzelkanalbetrieb des Impulshöhenanalysators
- Messparameter sonstes offen lassen
- Betriebsspannung am SEV einstellen
 - Beobachtung mit Oszilloskop der Ausgangsimpulse des SEV
 - Software-Verstärkung soll ausnutzen
- Anzahl von Impulshöhenintervallen in z.B. 50 Intervalle zerlegen
- Messdauer von 10 s (Kanal)
- Zählrate durch Abstand Szintillator-Quelle mind. $1000 \frac{1}{s}$
(Spektrumskultur)

Hier wird der proportionale Zusammenhang der ursprünglichen Energie des γ -Quantums mit der Impulshöhe am Szintillator nach gemessen.

Wähle eine Impulshöhe und nenne deren Häufigkeit.

1.2 Impulshöhenspektrum von Cs-137, Na-22 und Co-60 sowie die Untergrundstrahlung

- alle Impulshöhen gleichzeitig und deren Häufigkeit
- effektive Zählrate $\hat{=}$ Mittel über alle Kanäle mind $1000 \frac{1}{s}$ – $1500 \frac{1}{s}$
 \Rightarrow pile ups und Totzeit beachten
- Aufnahme des Untergrundspektrums zur Korrektur des Spektrums

1.3 Deutung der Impulshöhenspektren

- setze Energieskala fest anhand des Photopeaks von Cs-137 bei 662 keV
- Vergleich mit weiteren Besondereheiten im Spektrum
- Energien der Compton Kanten:

$\hat{=}$ Maximaler Energieübertrag beim Compton-Effekt

$$E_{\max} = \frac{E_{\gamma}}{\frac{m_0 c^2}{2E_{\gamma}} + 1}$$

$$m_{0e} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\max} = E_{\gamma} - E_{\gamma}' = E_{\gamma} - \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{2E_{\gamma}}{m_0 c^2}}$$

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}(1 - \cos\theta)}{m_0 c^2}}$$

Präparat	γ -Quant/Photoeffekt	Comptonante
Cs-137	662 keV	478 keV
Co-60	1178 keV	968 keV
	1333 keV	119 keV
Na-22	511 keV	341 keV
	1274 keV	1061 keV

- statistische Effekte \Rightarrow Verschmierung durch Comptonstöße vor Photoeffekt $\Rightarrow e^-$ haben dann weniger E_{kin} als nur bei Photoeffekt.
- Anzahl der Elektronen $n_e \Rightarrow$ charakterisiert Auflösung des Detektors (bei Cs-137 Photopeak emittierte e^-)
- Linearität des Apparatur prüfen mit Hilfe von Aufnahme verschiedener Quellen/Überlagerter Quellen z.B. Am-241 (59,6 keV), Co-57 (122 keV) oder durch den Vergleich von den Messwerten anhand des Photopaks.

2. Aktivität des Cs-137-Präparats

- Zählrate des Präparats n
- Nachweiswahrscheinlichkeit p (Diagramm: "Quotient...")

$$\Rightarrow A = \frac{n}{p}$$

- Messung bei mind. 3 verschiedenen Abstände Quelle-Zähler
- Prüfen ob Totzeitkorrektur notwendig ist

Im der Wahrscheinlichkeit ist enthalten:

- Abstand Quelle - Szintillatorstirnfläche
- Totzeit Korrektur
- Nachweiswahrscheinlichkeit verschiedener Energien
⇒ das γ -Quant tatsächlich Zähler auslöst

3.1 statistische Verteilung von Ereigniszahlen

- Vielkanalmessung, 256 Kanäle, wie das Ende Henry
- Messzeit 1s
- Resultat: Tabelle mit 150 Spalten (Spalten) und 256 Zeilen (Kanäle, Energieintervalle)
- Zwei Stichproben mit je 150 Zahlen:
 - a) Zählrate aus einem Teil eines Spektrens (Energiebreite)
 - b) Gesamtzählrate des einzelnen Spektrens verwenden
- Häufigkeit: N Vorkommen in jeweiligem Bereich

3.2 Mittelwert \bar{x}_m , Standardabweichung s der Stichproben und Standardabweichung $s_{\bar{x}_m}$ des Mittelwertes

- Prüfe ob $s = \sqrt{\bar{x}_m}$ ist. (⇒ Poisson Verteilung)

- Poisson verteilung:

$$P(x) = \frac{(\bar{x}_m)^x}{x!} e^{-\bar{x}_m}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_m)^2} \quad ;$$

$$s_{\bar{x}_m} = \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow s = \sqrt{\bar{x}_m}$$

- aus \bar{x}_m und $s \Rightarrow$ Gaußverteilung

$$G(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \bar{x}_m}{s}\right)^2\right)$$

$$\bar{x}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Übergang von Poisson zur Gaußverteilung

\bar{x}_m groß: $P(x) \xrightarrow{\bar{x}_m \text{ groß}} G(x)$, die Gaußverteilung ist ein Grenzfall der Poissonverteilung

3.3 Graphische Darstellung der Poisson- und Gauß-Verteilung

- Graphische Darstellung der Verteilungen aus 3.2
- für scharfe Peaks \Rightarrow Poisson
- für breite Peaks \Rightarrow Gauß

3.4 Chi-Quadrat-Test

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(B-E)^2}{E}$$

B: beobachtete Häufigkeit

E: erwartete Häufigkeit

k: Klassen (Bereiche)

Signif. Anzahl geeignet wählen ($\hat{=}$ Irrtumswahrscheinlichkeit)
Freiheitsgrade) berechnen:

$$v = k - 1 - u$$

k: Klassen

u: Anzahl geschätzte Parameter

für Stichprobe a) die Hypothesen prüfen:

1) Normalverteilung

2) Poissonverteilung

Durchführung des χ^2 -Tests:

- Zur Überprüfung ob die erwartete Verteilung zu den Messwerten passt, muss der Wert, den man für χ^2 berechnet kleiner sein, als der in der Tabelle aufgeführte Wert für χ^2 (bei v Freiheitsgraden und Signif. Anzahl)
- minimiert man den Wert für χ^2 durch entsprechende Wahl der erwarteten Verteilung ist dies ein Verfahren um die best mögliche Anpassung an die Messwerte zu finden.