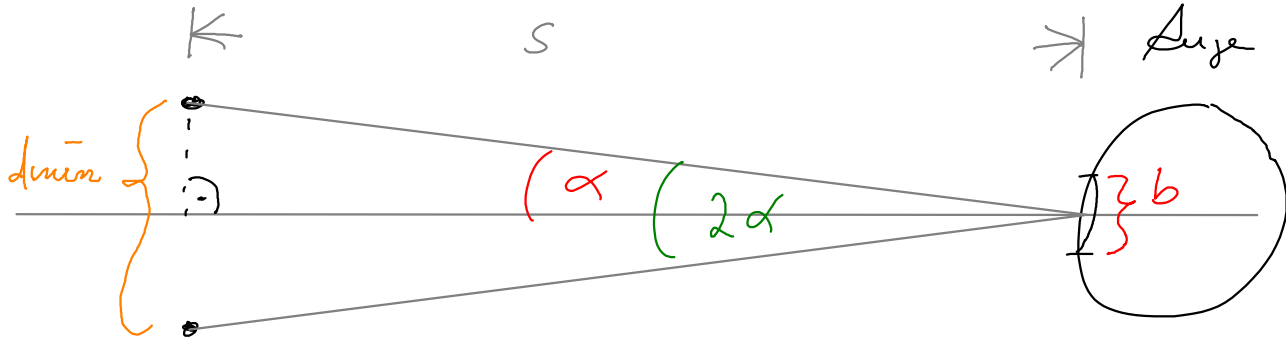


P2-10: Auflösungsvermögen

Vorbereitung

Saskia Kleihs, Arnold Seiber

1.1 Auflösungsvermögen des Auges



2α : Öffnungswinkel

s : Abstand Bild und Linse (deutlichseweite)

b : Apertur (Öffnungsdurchmesser)

d_{\min} : min. Abstand zwischen zwei unterscheidbaren Strukturen (zwei: schwarz, weiße Streifen)

$$\tan \alpha = \frac{d_{\min}}{2} \cdot \frac{1}{s}$$

für kleine α : $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{d_{\min}}{2} \cdot \frac{1}{s} \stackrel{!}{=} \text{mindest Sehwinkel}$

Mindestseparation bei $s = 25 \text{ cm}$:

$$d_{\min} = 2s \cdot \alpha$$

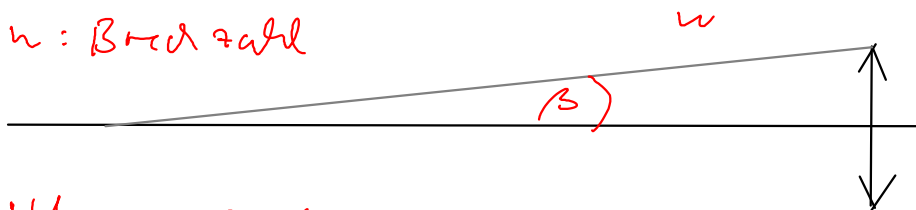
Für Auge:

$$NA \approx \frac{1,5 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{\lambda}{NA} \approx 0,1 \text{ mm}$$

NA: Numerische Apertur

n : Brechzahl



$$NA = n \cdot \sin \beta$$

Pupille

1.2 Theoretische Abschätzung zu 1.1

$$\tan \alpha = \frac{d_{\min}}{2s}$$

$$n = 550 \text{ nm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

$$\alpha_{\min} = 1,22 \cdot \frac{n}{b} = \frac{d_{\min}}{2s}$$

$$\approx 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ °}$$

$$d_{\min} = 1,22 \frac{n}{b} \cdot 2s$$

$$\approx 0,1 \text{ mm}$$

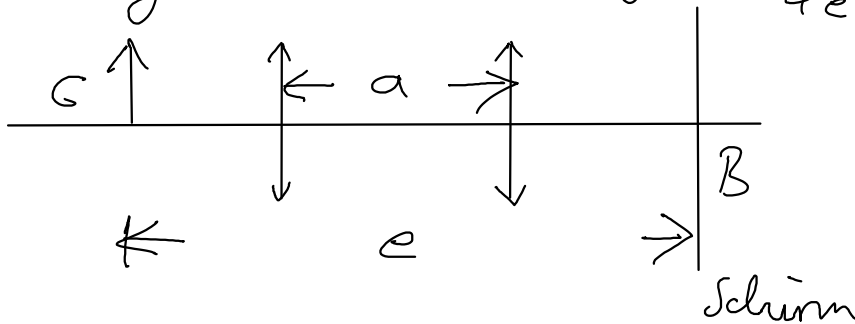
2. Vergrößerung einer Lupe

2.1 Durch Abschätzen der Vergrößerung

Vergleich von 1 Skala (oder 2 Skalen) durch die Lupe und ohne die Lupe bei gleichem $s = 25 \text{ cm}$.

2.2 Mit $V = \frac{s}{f}$ mit $s = 25 \text{ cm}$

Bestimmung der Brennweite $f = \frac{e^2 - a^2}{4e}$



a: Abstand der Linse von zwei scharfen Stellen des Bildes auf dem Schirm

e: Abstand zwischen Objekt und Schirm (Bild)

3. Grandvergrößerung eines Mikroskopes

3 Objektive mit Vergrößerung 4: 1, 10: 1, 40: 1
und 10x-Okular

$$V_{\text{Obj. 1}} \cdot V_{\text{Ok}} = 40$$

$$V_{\text{Obj. 2}} \cdot V_{\text{Ok}} = 100$$

$$V_{\text{Obj. 3}} \cdot V_{\text{Ok}} = 400$$

Experimentell:

Aus dem Vergleich einer feinen geeichteten Skala ($\frac{200 \text{ } \cancel{\mu\text{m}}}{10 \text{ mm}}$, $\frac{200 \text{ } \cancel{\mu\text{m}}}{2 \text{ mm}}$) durch das Mikroskop mit einem Auge und einem Millimeterpapier mit dem anderen Auge ohne Mikroskop.

1. Skala: 20 Striche $\hat{=}$ 1 Strich auf mm Papier

2. Skala: 100 Striche $\hat{=}$ 1 Strich

4. Tatsächliche Vergrößerung V_{Obj} der drei Objektiv

Messung mit ein gebauten Skalen, Vergleich wie im 3.

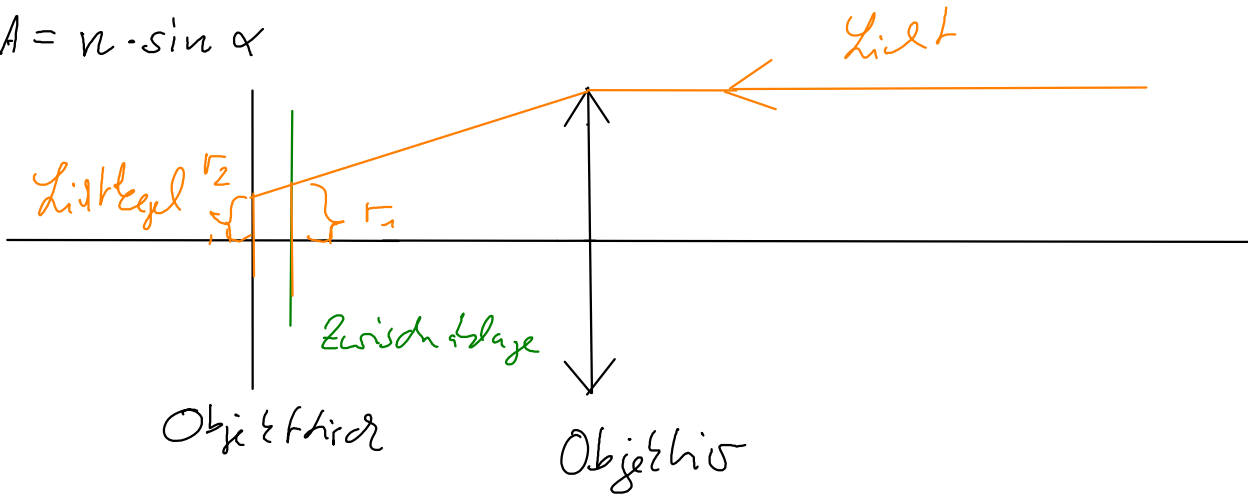
5. Blende mit Mehrfachspalten

Mit geeichteten Skalen des Mikroskopes misst man die Spaltbreiten und Abstände (kleine Spalte) nach.

Messung des Durchmessers eines dünnen Haars.

6. Numerische Apertur NA des Objektivs 10:1 und 40:1

$$NA = n \cdot \sin \alpha$$



$$\tan \alpha = \frac{r_1 - r_2}{\Delta h}$$

$$\Delta h = 3 \text{ mm}$$

$$n = 550 \text{ nm}$$

$$y_{\min} = \frac{n}{2 NA}$$

kleinstes auflösbares Detail

$$10:1: V = 100$$

$$NA = 0,3$$

$$V_{\max} = 300$$

$$y_{\min} = 1 \mu\text{m}$$

$$40:1: V = 400$$

$$NA = 0,65$$

$$V_{\max} = 650$$

$$y_{\min} = 0,4 \mu\text{m}$$

für die Vergrößerung:

Die Vergrößerung
des Objektivs

$$V = V_{\text{obj}} \cdot V_{\text{ok}}$$

$$\stackrel{1}{=} 500 - 1000 \text{ fache von NA}$$

$$> \quad - \quad -$$

V_{\max} des Auges:

$$0,1 \text{ mm} = V \cdot y_{\min} \Rightarrow y_{\min} = 0,25 \mu\text{m}$$

bei $V = 400$ (-fache Vergr. des Mikroskops)

\Rightarrow Das Auge hat ein besseres Auflösungsvermögen als das Mikroskop.

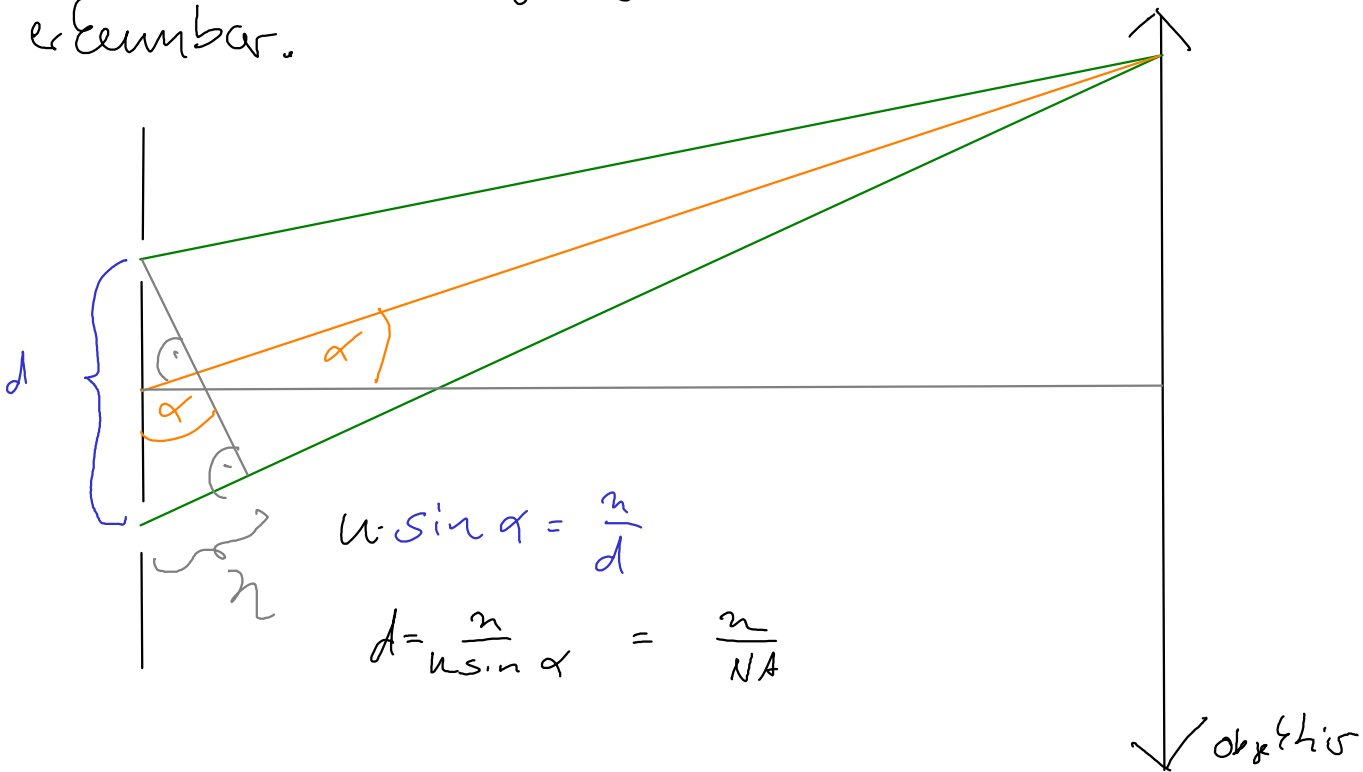
Auflösungsgrenzung durch Beugung:

a) Beugungstheorie nach Helmholtz:

Die mathematische Beschreibung ist sehr kompliziert, aber liefert das gleiche Ergebnis wie die Ablesche-Abbildungstheorie. Bezug an der Objektivfassung soll beobachtet werden. Das Zentrum der Beugungsfiguren muss mindestens um den Abstand d verschoben werden. Das Hauptmaximum der ersten und zweiten Beugungsfigur muss ortsfest gehalten sein. Es muss mindestens das 1. Hauptmax der 1. Fig. in das 1. min. der 2. Figur fallen.

b) Beugungstheorie nach Abbe:

Es muss mindestens das Licht der ersten Beugungsordnung durch das Objektiv gelangen, sonst sind keine Strukturen erkennbar.



7. Das Leben im Wasserhaken

- der Kondensator sollte möglichst hoch eingestellt sein, dass das Licht möglichst parallel durch das Objekt verläuft.
⇒ gleichmäßige Ausleuchtung
- die Aperturblende muss um $\frac{2}{3}$ der Apertur des Objektivs geöffnet sein.
- Zerkleinerung ⇒ führt zu Überbelichtung, keine Strukturen mehr erkennbar
- Helligkeit wird mit dem Filter im Kondensatorhalter geregelt, nicht mit der Aperturblende

8. Gittergastrometer (Justieren)

- Fadenkreuz scharf stellen durch Verschieben des Okulars
- Fernrohr auf ∞ einstellen ⇒ weit entfernten Gegenstand scharf stellen
- Spaltbild in Übereinstimmung mit dem Fadenkreuz bringen ⇒ Die Achsen von Fernrohr und Spaltrohr müssen übereinstimmen
- Abbildung des Spalts scharf abbilden im Spaltrohr + senkrecht
⇒ durch Verschieben des Spalteinsatzes
- Gitter ($N \approx 1500$ Striche, 15 mm Breite, 10 mm Höhe, $\frac{\text{Spaltbr.}}{\text{Gitterend}} = 0,7$)
senkrecht zur Spaltrohrachse ausrichten
⇒ Reflexbilder des Spaltes in Decke des Hauptbildes bringen
⇒ Die Reflexbilder entstehen durch Reflexion an den Linsen verursacht durch das Gitter.
- Teilstrahl auf 0° ausrichten.

9. Gitterkonstante

Der Doppelspalt lässt sich leicht zum Gitter erweitern.

Man ersetzt den Abstand des Spaltes durch die Gitterkonstante g .

$$g = \frac{1}{N} \quad N: \text{Anzahl der Spalte pro mm}$$

$$N = \frac{1500}{15} \frac{1}{\text{mm}} = 100 \frac{1}{\text{mm}} \Rightarrow g = 10 \mu\text{m}$$

$$\sin \alpha = \frac{m \cdot \lambda}{g} \quad m \in \mathbb{Z} \text{ (Ordnung der Max.)}$$

$$\lambda_{\text{mitte}} = 589,3 \text{ nm}$$

Aufgrund der Spaltbreite b gibt es Auslöschungen mancher Maxima. Hier gilt die Formel des Einzelspaltes.

$$\sin \beta = j \cdot \frac{\lambda}{b} \quad j \in \mathbb{Z} \text{ (Ordnung der Min.)}$$

$$b = 0,4 \cdot g$$

$$\text{Auslöschung bei } \alpha = \beta: \quad \frac{m \cdot \lambda}{g} = j \cdot \frac{\lambda}{b}$$

$$\frac{b}{g} = \frac{j}{m}$$

Bestimmung von g :

$$g = m \cdot \lambda \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

- Höhere Maxima beobachtete Fehlstellen durch Auslöschung.

10. Wellenlängenabstand der gelben Na-Linien

$$\sin \alpha = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

$$\sin(\alpha + \Delta \alpha) = \frac{m \cdot (\lambda + \Delta \lambda)}{d}$$

$$\Rightarrow \Delta \lambda = \frac{d}{m} \cdot (\sin(\alpha + \Delta \alpha) - \sin \alpha)$$

Durch die Symmetrie kann man für einen Winkel α je zwei Werte bestimmen.

In der 2. Ordnung wird bereits eine Aufspaltung der Linien erreicht.

Der Winkel wird auf $\frac{1}{60}^\circ$ genau bestimmt werden.

Bei höheren Ordnungen rückt die Intensität.