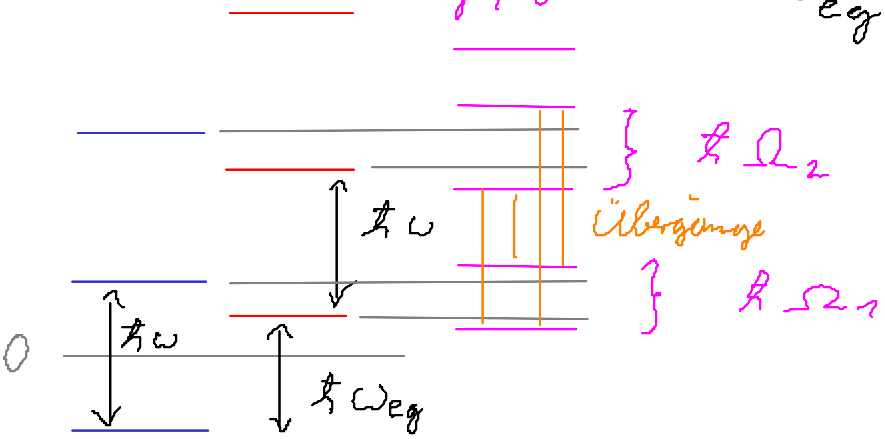
Energieniveaus $g \neq 0$ $\omega_{eg} < \omega$,



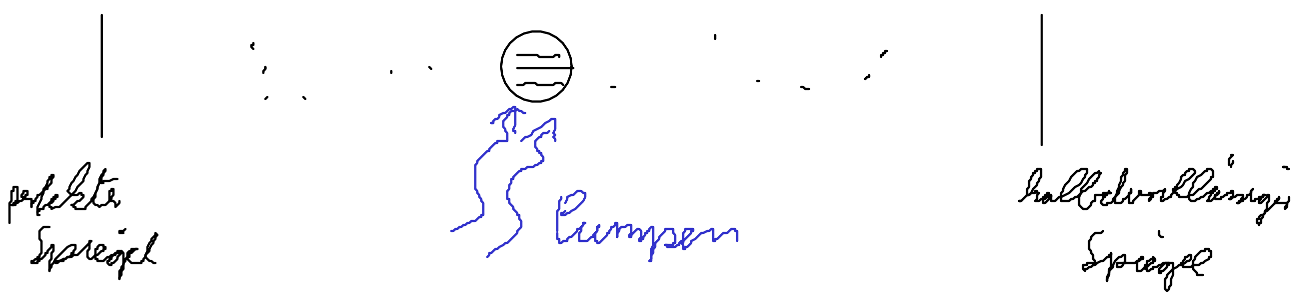
Energien $E_{\nu\mp} = \hbar\omega(\nu - \frac{1}{2}) \mp \frac{\hbar}{2}\Omega_\nu$

$$\Omega_\nu = \sqrt{4g^2\nu + (\omega_{eg} - \omega)^2}$$

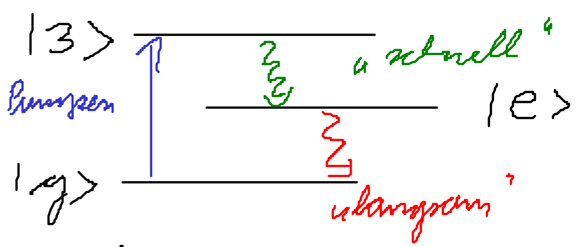
Zustände $|\Psi_{\nu\mp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|e, \nu-1\rangle \pm |g, \nu\rangle\right)$

4.5 Der LASER

Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation



Typisches Pumpen: inkohärente Anregung von $|g\rangle$ nach $|3\rangle$



schneller Zerfall von $|3\rangle$ nach $|e\rangle$

$|e\rangle$ metastabil

d.h. Zerfall $|e\rangle \to |g\rangle$ ist schwach

$\Rightarrow$ Populationsinversion $P_e > P_g$

$P_e = W S$, das Atom im Zustand $|e\rangle$ ist

Thermische Besetzung $\Rightarrow$ $P_g > P_e$ $\quad (d_0 = P_g - P_e)$

$\left.\begin{array}{l}\text{Die Spiegel} \\ \quad + \text{Resonanzbed.}\end{array}\right\}$ selektion eine $\vec{k}$ mit $\omega_{eg} = \omega_k$

$$H = \sum_{\nu=1}^{N} - \frac{\hbar \omega_{eg}}{2} \sigma_z^\nu + \underbrace{\hbar \omega a^+ a}_{\text{ein selektierte } k} + \hbar g \sum_\nu (a \sigma_+ + a^+ \sigma_-)$$

$\omega_k = \omega$

N sehr sehr groß

(viele Atome und eine Mode, Moden mit vielfache von k $\exists$ Mehrphotonen-WW)

für $|\psi\rangle = \alpha |e\rangle + \beta |g\rangle \quad = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \langle \psi | \sigma_z | \psi \rangle = |\beta|^2 - |\alpha|^2 = P_g - P_e$

Heisenberg - DGL

$$i\hbar \frac{d}{dt} O_H = [O_H, H]$$

O_S nicht explizit zeitabhängig

alle im Heisenberg-Bild:

$$\frac{d}{dt} \sigma_z^\nu = 2ig(\sigma_+^\nu a - \sigma_-^\nu a^+)$$

$n = a^+ a$ (wievielfach angeregt ist die Mode?)

$$\frac{d}{dt} n = ig \sum_\nu (a \sigma_+^\nu - a^+ \sigma_-^\nu)$$

$$\frac{d}{dt}(\sigma_+^\nu a) = -i \underbrace{(\omega - \omega_{eg})}_{\delta\omega \text{ detuning}} \sigma_+^\nu a + i g (\sigma_z^\nu a^+ a - \sum_\mu \sigma_+^\nu \sigma_-^\mu)$$

typisch für Momentengleichung: ist die Kopplung an jeweils höhere Momente

Betrachte Erwartungswerte in noch zu bestimmenden Zustand:

$$\frac{d}{dt}\langle n\rangle = ig\sum_\nu \left(\langle \sigma_+^\nu a\rangle - \langle \sigma_-^\nu a^+\rangle\right)$$

$$- K(\langle n\rangle - n_{th})$$

K für Strahlungsfeld

thermischer Mittelwert $\underbrace{=}_{\text{für } N \text{ groß}} 0$

$$\frac{d}{dt}\langle \sigma_+^\nu a\rangle = i\delta\omega\langle \sigma_+^\nu a\rangle + ig\left(\langle \sigma_z^\nu n\rangle - \sum_\mu \langle \sigma_+^\nu \sigma_-^\mu\rangle\right)$$

$$-\gamma\langle \sigma_+ a\rangle \qquad \gamma = \frac{1}{T_2} + \frac{K}{2}$$

$$\frac{d}{dt}\langle \sigma_z^\nu\rangle = 2ig\left(\langle \sigma_+^\nu a\rangle - \langle \sigma_-^\nu a^+\rangle\right) - \Gamma_1\left(\langle \sigma_z^\nu\rangle - d_0\right)$$

$\Gamma_1 = \frac{1}{T_1}$ siehe Bloch-Gl., $\langle \sigma_z\rangle$ relaxiert zum Wert, der durch Pumpen festgelegt wird

- Mittle auch statistisch
  (bei Generation ändert sich nichts $\langle\cdots\rangle = \langle\cdots\rangle$)
- erlaube noch Relaxation ~ oben
  (phänomenologisch)

Stationäre Lösung

$$\langle n\rangle \begin{cases}\to 0\\ \to \gg 1\end{cases}$$ man findet $\langle \sigma_z n\rangle \gg \sum_\mu \langle \sigma_+^\nu \sigma_-^\mu\rangle$

ein Atom geht in Grundzustand, ein anderes in angeregten $\Big\}\ \neq 0$

$$\langle \sigma_z^\nu n\rangle \approx \langle \sigma_z^\nu\rangle\langle n\rangle$$

3 Gl. mit 3 Unbekannten

$$0 = -2gN\, \mathrm{Im}\left(\langle\sigma_+ a\rangle\right) - \kappa\left(\langle n\rangle - n_{th}\right)$$

$$0 = -i(\delta\omega + \gamma)\langle\sigma_+ a\rangle + ig\langle\sigma_z\rangle\langle n\rangle$$

$$0 = -4g\, \mathrm{Im}\langle\sigma_+ a\rangle - \Gamma_1\left(\langle\sigma_z\rangle - d_0\right)$$

$$\mathrm{Im}\langle\sigma_+ a\rangle = \frac{\gamma g}{\delta\omega^2 + \gamma^2}\langle\sigma_z\rangle\langle n\rangle$$

$$\langle\sigma_z\rangle\langle n\rangle = -\tilde{n}_0\left(\langle\sigma_z\rangle - d_0\right) \quad \text{mit} \quad \tilde{n}_0 = \frac{\Gamma_1}{4g^2 \frac{\gamma}{\delta\omega^2 + \gamma^2}}$$

$$\langle\sigma_z\rangle\langle n\rangle = -\frac{2\kappa}{\Gamma_1}\frac{\tilde{n}_0}{N}\left(\langle n\rangle - n_{Th}\right)$$

für tiefe Temp $n_{th} \approx 0$

1. Lösung $\langle n\rangle = 0$

2. Lösung $\langle\sigma_z\rangle = -\frac{2\kappa}{\Gamma_1 N}\tilde{n}_0$

$$\langle n\rangle = -\tilde{n}_0 + |d_0|\frac{\Gamma_1 N}{2\kappa} \qquad d_0 < 0$$