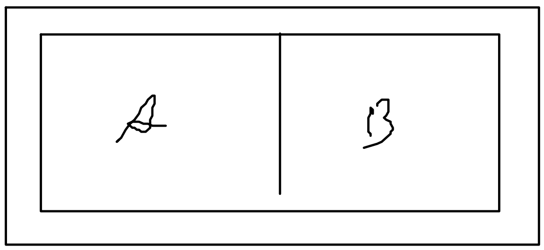
Stabilität



$N_A + N_B = N = \text{const}$

$U_A + U_B = \text{const}$

$V_A + V_B = V = \text{const}$

$S = S_A + S_B$

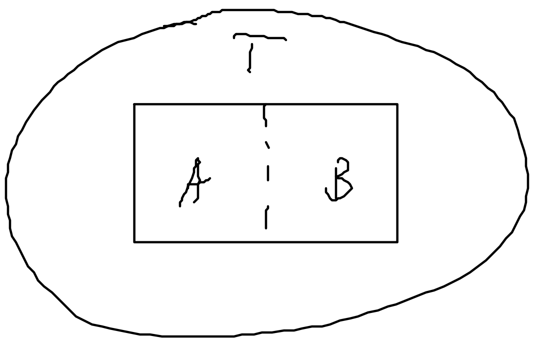
$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{p}{T} dV - \frac{\mu}{T} dN$, $dF = -S\,dT - p\,dV + \mu\,dN$

(konjugierte Paare)

$F = U - TS$ (freie Energie)

intensiv	extensiv
T	S
p	V
μ	N

- Wärmebad mit T



$F = F(T,V,N)$ F ist minimal

$dF = 0$

$T_A = T_B = T$

$dF = -p_A dV_A - p_B dV_B + \dots \Rightarrow p_A = p_B$

$d^2F > 0 \Leftrightarrow$ Minimum

$A_{ij} dx_i dx_j > 0$ (Matrixelemente)

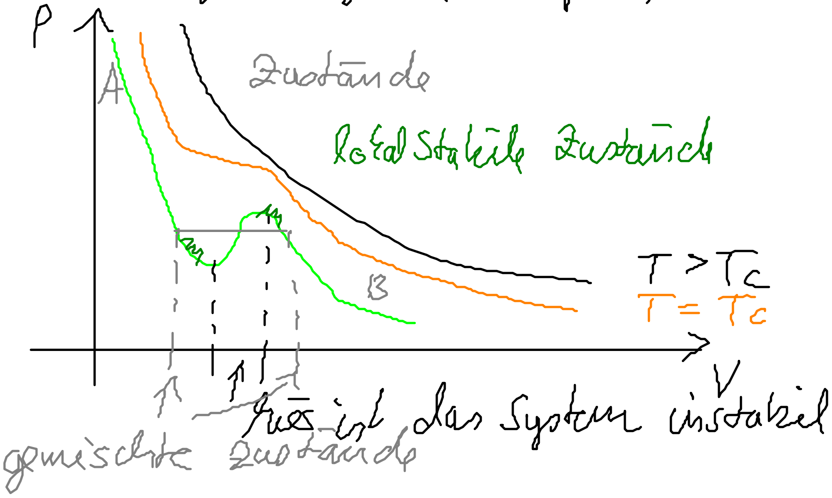
$$d^2F\Big|_{T,N} = -\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,N} dV^2 > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,N} < 0}$$ **Stabilitätsbedingungen**

- Kompressibilität bei $T = \text{const}$ $\boxed{K_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T > 0}$

Van-der-Waals-Gas (reales Gas)

Zustandsgleichung: $\left(p + \frac{N^2}{V^2} a\right)(V - Nb) = N k_B T$ (a, b WW-Parameter)



Phasentrennung:

Gas teilt sich auf in zwei Phasen

mit $T_A = T_B$, $p_A = p_B$, $\mu_A = \mu_B$

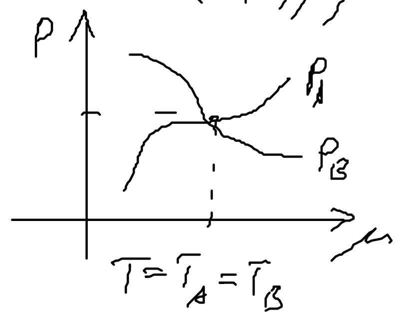
$F = F_A + F_B$

(ohne Grenzenergie)

Es gibt $p_A(T_A, \mu_A)$, $p_B(T_B, \mu_B)$

Eulergleichung $\Omega = F - \mu N = U - TS - \mu N = -PV = \Omega(T,V,\mu)$

mit $P(T,\mu)$



Es gibt eine Beziehung $P(T,\mu) = ?$

Es gibt eine bestimmte Lösung für $P_A = P_B$

Maxwellkonstruktion

$\mu N = F + PV$ (Euler)

$dF = -PdV$ (Kurve)

Statistische Mechanik

- Klassische stat. Mechanik
- Quantenmechanische stat. Mechanik (einfacher)

Klassische stat. Mechanik

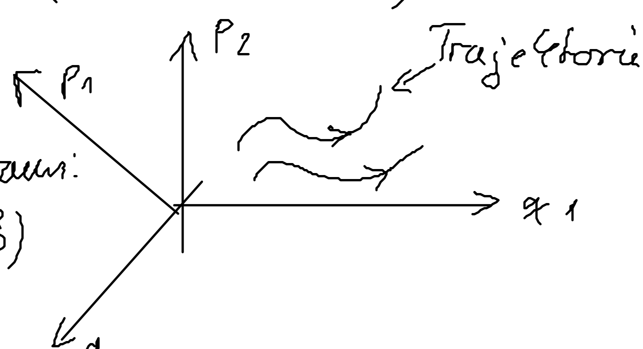
- N-Teilchen mit $(q_1 \dots q_{3N}, p_1 \dots p_{3N}) = \underline{x} = (\underline{q}, \underline{p})$

Verallgemeinerte Koordinaten

- 6N-dimensionaler Phasenraum Γ
- Lagrangefunktion $L(q,\dot{q})$, Hamilton $H(q,p)$

(im Impulsraum) (im Phasenraum)

BGL: $\dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j}$ $\dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j}$



- Beispiel: 4-dim Phasenraum:

Phasenraumgeschw. $\dot{\underline{x}} = (\dot{\underline{q}}, \dot{\underline{p}})$

$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x})$ Eindeutige Fkt

⇒ folgt aus BGL ⇒ Trajektorien kreuzen sich nicht

Energieerhaltungssatz $H(\vec{x}) = E = const$ $\quad \frac{d}{dt}H = 0 \Rightarrow$ Oberfläche mit $(6N-1)$ dimensionen

- weitere mögliche Erhaltungsgrößen: $\vec{P}_{tot}, \vec{L}_{tot}$

Gibbs-Ensemble

- Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(\vec{x},t)$

$$\rho\, d\vec{x} = \rho\, d^{3N}\vec{q}\, d^{3N}\vec{p}\, C_N$$

Wahrscheinlichkeit das System im Volumen dx zur Zeit t zu finden

Normierung: $\int d\vec{x}\,\rho(\vec{x},t) = 1$ $\qquad C_N = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3N}}$