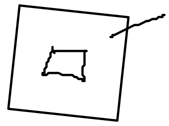
Mikrokanonisch $\hat{=}$ Abgeschlossene Systeme

Kanonisch $\hat{=}$ an Wärmebad gekoppelt



Bad, $\langle E \rangle = U = \text{const}$

Austausch nur von δQ

$$W_n = \text{const} \cdot e^{-\frac{\alpha E_n}{k_B}}$$

Wahrscheinlichkeit in Zustand mit kleinem E_n zu sein ist höher als W (hohe Energie)

Kanonische Gesamtheit

$$\beta = \frac{\alpha}{k_B}$$

Z ist eigentlich Normierungskonstante aber wichtig für kanon. Gesamtheit

$$S = -k_B \sum_n W_n \ln W_n = -k_B \sum \underbrace{\frac{1}{Z} e^{-\beta E_n} \left(-\ln Z\right.}_{= 1 \cdot \ln Z} \left. - \beta E_n\right)$$

$$= k_B \ln Z + k_B \beta \frac{1}{Z} \sum e^{-\beta E_n} E_n = k_B \ln Z + k_B \beta U$$

$S(\beta, U, Z)$, $\beta(U, V, N)$ $(V, N = \text{const})$

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N} = k_B \beta + k_B U \frac{d\beta}{dU} + k_B \underbrace{\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}}\frac{d\beta}{dU}$$

$$= -U = \frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

$$\Rightarrow \quad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

$$T \cdot S = T \cdot k_B \beta U + T k_B \ln Z$$

$$F(U, V, N) = U - TS = U - U - k_B T \ln Z = k_B T \ln Z$$

Kanonische Gesamtheit – alternative Herleitung

$$W_n = \sum_m W_{n,m}$$ Ausintegrieren

$$S^\beta(E - E_n) \approx S^\beta(E) - E_n \frac{\partial S^\beta(E)}{\partial E}$$ da $E_n \ll E$

$$\frac{dU}{d\beta} = (\text{Folie}) = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} U - \langle E^2 \rangle = \langle E \rangle^2 - \langle E^2 \rangle$$
$$= -(\Delta E)^2$$

Fluktuation

Mittelwert $\langle x \rangle = \int \rho(x)\, x \, dx$

Schwankung wäre dann $\delta x = x - \langle x \rangle$

(aber $\langle \delta x \rangle = 0$)

besser: $\langle \delta x^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

$$-\frac{dU}{d\beta} = -\frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{d\beta} = \frac{1}{k_B \beta^2}\frac{\partial U}{\partial T} = k_B T^2 C_V$$

kanonisch

für $N \to \infty$ geht $\Delta E \to 0$

mikrokanonisch

$\lim_{N \to \infty}$ kanonisch = mikrokanonisch

Großkanonisch: Austausch von Wärme und Teilchen