Großkanonische Gesamtheit (Austausch von Wärme und Teilchen)

$$\langle E \rangle = \sum_n W_n E_n = Tr(\rho \hat{H})$$

$$\langle N \rangle = \sum_n W_n N_n = Tr(\rho \hat{N})$$

$$\frac{\partial S_G}{\partial W_n} = -k_B(\ln W_n + 1) - \eta - \alpha E_n - \gamma N_n = 0$$

Z_G : großkanonische Zustandssumme

$$S = -k_B \sum_n W_n \ln W_n = -k_B \sum_n \frac{1}{Z_G} \exp[-\beta(E_n - \mu N_n)]\left(-\ln Z_G - \beta(E_n - \mu N_n)\right)$$

$$= k_B \beta U - k_B \mu N + k_B \ln Z_G$$

$\tilde{\mu} = \tilde{\mu}(U, N)$ zu zeigen: $\tilde{\mu} = \mu$

$$\frac{\partial \ln Z_G}{\partial \mu} = \frac{1}{Z_G}\frac{\partial Z_G}{\partial \mu} = \frac{1}{Z_G}\frac{\partial}{\partial \mu}\sum_n \exp[-\beta(E_n - \mu N_n)] = \sum_n \beta N_n \underbrace{\frac{1}{Z_G}\exp[-\beta(E_n - \mu N_n)]}_{W_n}$$

$$= \beta N$$

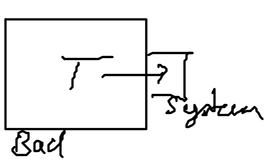
$$\frac{\partial \ln Z_G}{\partial \beta} = \frac{1}{Z_G}\frac{\partial Z_G}{\partial \beta} = \frac{1}{Z_G}\frac{\partial}{\partial \beta}\sum_n \exp[-\beta(E_n - \mu N_n)] = -(U - \mu N)$$

$S(T, V, \mu)$ für T, V, μ muss $\Omega(T, V, \mu)$ minimiert werden

Zusammenfassung

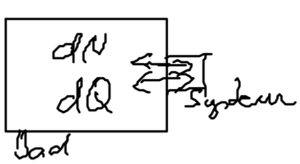
1) $Z_m = dN(E)$ $\quad S(E,V,N) = k_B \ln dN(E) = k_B \ln Z_m$ (mikrokanonisch)
- maximiere Entropie

2) $Z = Z_K$ $\quad F(T,V,N) = -k_B T \ln Z_K$ (kanonisch)



- minimiere F

3) Z_G $\quad \Omega(T,V,\mu) = -k_B T \ln Z_G$ (großkanonisch)
- minimiere F



- $k_B \ln W_n = const. - \frac{E_n - \mu N_n}{k_B T}$

• Für große Systeme sind mikrokanonische, kanonische und großkanonische Gesamtheit äquivalent

Ideale Systeme

• Teilchen haben untereinander nur sehr schwache WW
⇒ vernachlässigbar

Maxwell-Boltzmann-Gas

$\{p_i\} = (\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_N)$

Alle Möglichkeiten von λ_i Zuständen der Teilchen: (1 Teilchen Zustände)

$$\sum_{\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}} \exp\left[-\beta \sum_{i=1}^{N} E_{\lambda_i}\right] = \Big(\underbrace{\sum_{\lambda} \exp[-\beta E_\lambda]}_{\text{Zustandssumme von 1 Teilchen}}\Big)^N$$

$$= \Big(\sum_{\lambda_1} \exp[-\beta E_{\lambda_1}]\Big)\Big(\sum_{\lambda_2} \exp[-\beta E_{\lambda_2}]\Big)\cdots$$

$$\sum_p A(p) = \sum A(p) \frac{\Delta p}{\Delta p} = \frac{L}{2\pi\hbar} \int A \, dp$$

mit $\Delta p = \frac{2\pi\hbar}{L}$